
Physique et Laboratoires de physique - 2ème biologie médicale -
HEPCUT

François Mansy

Table des matières

I	Calorimétrie	5
1	La matière	6
1.1	Phases	7
1.1.1	Solide	7
1.1.2	Liquide	9
1.1.3	Gazeux	9
1.1.4	Autres états	10
1.2	Changement d'état	12
2	Chaleur et énergie	14
2.1	Température	14
2.2	Capacité calorifique	15
2.2.1	Capacité calorifique massique des gaz	16
2.2.2	Capacité calorifique molaire - loi de Dulong et Petit	17
2.3	Enthalpie de changement d'état	17
3	Principe des mesures calorimétriques	19
4	Dilatation thermique	21
4.1	Dilatation thermique linéaire	21
4.2	Dilatation thermique surfacique et volumique	22
II	Mouvements vibratoires et ondes	23
5	Mouvement périodique	24
5.1	Principes généraux	24
5.1.1	Résonance	25
5.1.2	Etude d'un cas : système masse-ressort	26
5.1.3	Etude d'un cas : pendule simple	28
5.2	Energie dans un mouvement harmonique	29
5.3	Oscillations amorties	29
5.4	Composition de mouvements vibratoires sinusoïdaux	30
5.4.1	Composition de mouvements de même fréquence	30
5.4.2	Composition de mouvements où les fréquences sont différentes	30

6 Propagation des vibrations (ondes)	32
6.1 Propagation d'un signal	33
6.1.1 Introduction	33
6.1.2 Vibration	34
6.2 Propagation	36
6.2.1 Propagation d'un ébranlement	37
6.2.2 Propagation d'une onde sinusoïdale transversale	41
6.2.3 Propagation d'une onde sinusoïdale longitudinale	46
6.2.4 Ondes sphériques et ondes planes	47
6.3 Propriétés générales des ondes	49
6.3.1 Principe de Huygens	49
6.3.2 Diffraction des ondes	50
6.3.3 Réflexion des ondes planes	50
6.3.4 Réfraction des ondes planes	51
6.3.5 Interférences à la surface d'un liquide	52
6.3.6 Ondes stationnaires	54
III Optique physique	57
7 Nature de la lumière	58
7.1 Théorie corpusculaire	59
7.2 Théorie ondulatoire	60
7.3 Théories actuelles	64
8 Dispersion de la lumière	68
8.1 Décomposition de la lumière	68
8.2 Recomposition de la lumière	71
8.3 Couleurs complémentaires	72
8.4 Couleurs des corps	73
8.4.1 Par réflexion	73
8.4.2 Par transparence	73
8.4.3 Synthèse, addition et soustraction de couleurs	74
8.5 Spectroscopie à prisme	76
8.5.1 Principe	76
8.5.2 Appareil	77
8.5.3 Etalonnage	78
8.6 Types de spectres	78
9 Interférences	81
9.1 Interférences à la surface d'un liquide	81
9.2 Miroirs de Fresnel	82
9.3 Interprétation	82
9.4 Calcul de l'interfrange (en lumière monochromatique)	83
9.4.1 abscisse des franges brillantes	84

9.4.2	abscisse des franges sombres	85
9.5	Mesure des longueurs d'ondes des radiations visibles	85
9.6	Conditions d'interférences	86
9.6.1	Sources cohérentes	86
9.6.2	Emploi d'une fente source	86
9.7	Franges en lumière blanche	87
9.8	Autres dispositifs interférenciels	88
9.8.1	Biprisme de Fresnel	88
9.8.2	Demi-lentille de Billet	88
9.8.3	Fentes de Young	89
10	Diffraction	90
10.1	Existence des phénomènes de diffraction	90
10.2	Diffraction par une fente étroite	91
10.3	Diffraction par un réseau plan	92
10.4	Mesure des longueurs d'onde	94
10.5	Spectre de diffraction	95
10.6	Aspect des franges en lumière monochromatique et en lumière blanche	96
11	Polarisation	97
11.1	Polarisation par réflexion	97
11.1.1	Propriété de symétrie de la lumière naturelle	97
11.1.2	Polarisation de la lumière par réflexion vitreuse	98
11.1.3	Loi de Malus	100
11.1.4	Interprétation du phénomène de polarisation	101
11.1.5	Plan de polarisation	102
11.2	Polarisation par double réfraction	102
11.2.1	Action d'une lame biréfringente sur la lumière naturelle	102
11.2.2	Polariseur et analyseur de Nicol	105
11.2.3	Polarisation par dichroïsme - Polaroids	107
11.3	Polarisation rotatoire	108
11.3.1	Phénomènes de polarisation rotatoire	108
11.3.2	Structure des milieux actifs	110
11.3.3	Loi de Biot	111
11.3.4	Polarimètres : histoire et applications	112
IV	Exercices	115
12	Calorimétrie : exercices	116
12.1	Mesures calorimétriques	116
12.2	Dilatation	120

13 Mouvement périodique : exercices	121
13.1 Exercices fondamentaux	121
13.2 Masse attachée à un ressort	122
13.3 Pendule simple	123
13.4 Energie d'un mouvement harmonique simple	124
13.5 Oscillations amorties	125
14 Propagation des vibrations : exercices	126
14.1 Représentation d'un mouvement ondulatoire	126
14.2 Vitesse de propagation	127
14.3 Interférences et conditions aux limites	128
14.4 Ondes stationnaires	129
14.5 Ondes complexes et battements	130
14.6 Energie transportée par une onde	131
14.7 Exercices complémentaires	132

Première partie

Calorimétrie

Chapitre 1

La matière

La matière est la substance qui compose tout corps ayant une réalité tangible. Ses trois états les plus communs sont l'état solide, l'état liquide, l'état gazeux. Elle occupe de l'espace et la quantité de matière se mesure à l'aide de la masse (lorsqu'il s'agit de compter des particules de matière, on utilise la mole). Ainsi, en physique, tout ce qui a une masse est de la matière.

Classiquement, en thermodynamique, on définit donc, pour un corps pur¹, 3 états de la matière. Selon la pression et la température, ce corps peut être gazeux, liquide ou solide.

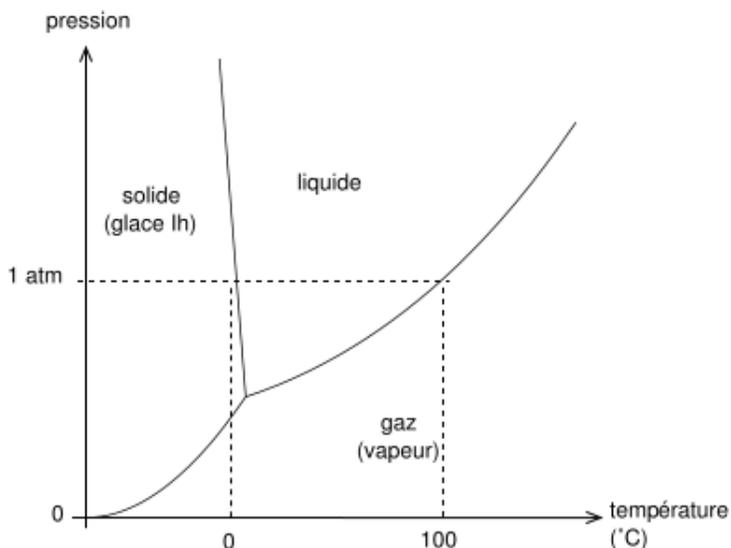


FIG. 1.1 – Diagramme des phases de l'eau.

Il existe aussi d'autres états un peu plus exotiques, tel que plasma, supercritique, condensat de Bose-Einstein et superfluide. Lorsque la matière passe d'un état à l'autre, elle effectue une transition de phase. Ce phénomène est étudié en thermodynamique via des « cartes des phases » (diagrammes de phases). La transition de phase se produit lorsque certaines caractéristiques de la matière changent : pression,

¹Un corps pur est constitué d'un seul type de composant (comme une molécule), au contraire du mélange.

température, volume, densité, énergie, etc.

1.1 Phases

Les différentes formes que peuvent prendre les corps purs sont appelés *états* ou *phases*. À l'équilibre, un corps pur ne peut être que dans une seule phase, à l'exception des conditions de transition de phase (exemple : l'eau à 0°C et 1 atm peut exister à l'état solide ou liquide simultanément).

Si l'on a un mélange de corps purs, on peut avoir, pour certaines conditions de pression et de température, plusieurs phases qui cohabitent. Par exemple, on peut avoir un mélange de deux poudres (deux phases solides différentes), un mélange liquide-gaz (aérosol), un mélange liquide-liquide (émulsion), etc.

On peut tracer, pour chaque corps pur, une « carte des phases », c'est-à-dire la phase dans laquelle est le système pour des conditions (pression, température, composition). Une telle carte est appelée *diagramme de phase* (voir fig.1.1).

1.1.1 Solide

L'état solide est un des états de la matière caractérisé par l'absence de liberté entre les molécules ou les ions (métaux par exemple). Les critères macroscopiques de la matière à l'état solide sont :

- le solide a une forme propre,
- le solide a un volume propre.

Si un objet solide est si ferme, c'est grâce, entre autres, aux liaisons covalentes qui représentent les liaisons des plus fortes entre les différents composants du solide. C'est d'ailleurs ces liaisons qui lient les atomes de carbone d'un diamant. Mais il existe également les liaisons ioniques, plus faibles que les liaisons covalentes, qui permettent la liaison entre des pôles opposés (de deux aimants). Elle assure la cohésion d'un grain de sel par exemple, grâce à la liaison entre les ions de sodium et de chlorure. Les liaisons métalliques, encore plus faibles, rendent également la matière solide à température normale (à l'exception du mercure), mais plus malléable. Certaines liaisons polaires aussi, mais la plupart comme les liaisons de Van der Waals ne rendent la matière solide qu'à de très faibles températures.

Cependant, il ne faut pas considérer le solide comme un état figé de la matière car avec la température, les atomes vibrent autour de leur position d'équilibre.

Les solides ont une faible dilatation et une faible compressibilité.

La plupart des solides sont des cristaux, et le modèle du cristal permet de se faire une bonne idée de l'état solide : les atomes sont disposés dans l'espace de manière régulière et ordonnée. Les distances entre les atomes restent constantes (fer, quartz, glace).



FIG. 1.2 – Maille fondamentale du cristal de fer.

Le verre est-il à considérer comme un solide, ou seulement un fluide très visqueux ? Les très vieilles vitres sont plus épaisses en bas qu'en haut ce qui pourrait suggérer que le verre s'écoule lentement vers le bas. Il n'en est rien. En effet, le profil en forme de poire des vitraux anciens n'est pas dû à l'écoulement du verre durant plusieurs siècles, mais au procédé de fabrication. Le verrier fabriquait la plaque de verre à partir d'une boule de verre visqueux qu'il mettait en rotation, pour obtenir progressivement un disque de verre grâce à la force centrifuge. Le bord du disque était alors plus épais que le centre. Le verrier posait ensuite les plaques avec le bord épais en bas pour des raisons de stabilité. Dans le cas des vitraux, la disposition des plaques répondait plus à des impératifs esthétiques, et on constate que le bord épais du verre peut être aussi bien en bas qu'en haut à gauche ou à droite. Ce qui est vrai, c'est que le verre n'est pas cristallin (solide organisé régulièrement), mais un solide « amorphe » (littéralement « sans forme »), dans lequel la position des molécules est fixe mais aléatoire, comme dans un fluide observé à un moment donné.

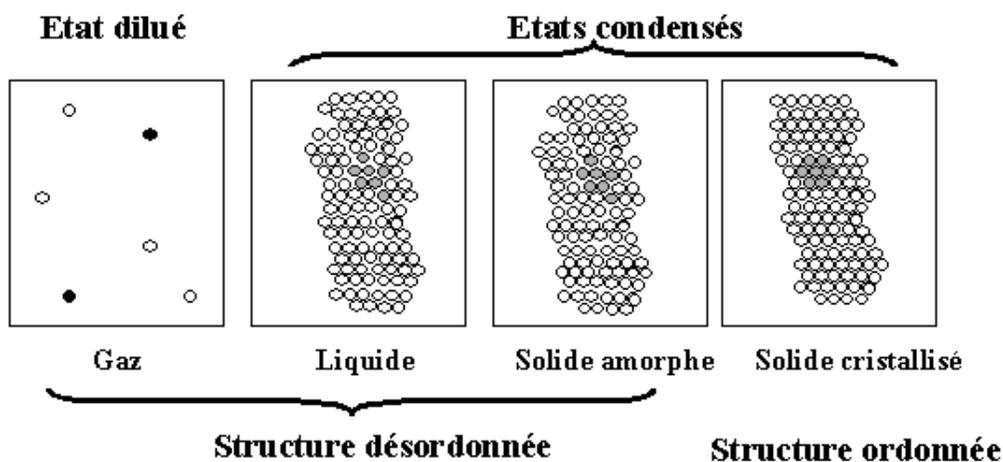


FIG. 1.3 – Structure des états de la matière.

1.1.2 Liquide

Le liquide est une forme de fluide : les molécules sont faiblement liées, ce qui rend les liquides parfaitement déformables. Mais, à l'inverse du gaz, elles sont tout de même liées : une molécule ne peut s'éloigner beaucoup d'une autre, ce qui fait que la matière liquide a une cohésion que ne possède pas le gaz (et comme dans les solides, les molécules sont très proches les unes des autres, ce qui rend les liquides difficilement compressibles).

À l'état macroscopique, on caractérise l'état liquide par les critères suivants :

- le liquide n'a pas de forme propre, il prend celle du récipient sous l'effet de la gravité.
- sa surface libre au repos est plane et horizontale (bords mis à part ; voir tension superficielle)
- le liquide possède un volume propre, qui ne change qu'avec la température, et en général peu.

Une caractéristique des liquides est leur viscosité, qui mesure l'attachement des molécules les unes aux autres et donc la résistance à un corps qui traverserait le liquide. Plus la viscosité est grande, plus le liquide est difficile à traverser. Il y a donc toute une gamme d'états intermédiaires (pâte), qui rend la distinction difficile entre le liquide et le solide. En fait le meilleur test est celui de la rupture : un solide se brise et se fêle, et le reste ; un liquide se fend et se ressoude après la disparition de la cause de rupture, sans laisser d'autre trace qu'une onde.

Remarquons qu'un liquide emprisonné par une matrice solide s'appelle un gel. Un liquide emprisonnant une grande quantité de bulles de gaz et dans un état de viscosité importante s'appelle une mousse.

1.1.3 Gazeux

Au niveau microscopique, on décrit un gaz comme un ensemble d'atomes ou de molécules très faiblement liés et quasi indépendants.

D'un point de vue macroscopique, on caractérise la matière à l'état gazeux par les critères suivants :

- un gaz n'a pas de forme propre ;
- il n'a pas de volume propre, il tend à occuper tout le volume disponible.

La masse volumique d'un corps pur atteint son minimum à l'état gazeux. Elle décroît sous l'effet d'une baisse de pression (loi de Gay-Lussac et loi de Charles) ou d'une hausse de la température (on parle de dilatation des gaz). Les mouvements chaotiques des molécules qui composent le corps le rendent informe. Ils lui permettent d'occuper entièrement l'espace clos qui le contient.

La théorie cinétique des gaz considère que les gaz sont constitués de corpuscules (les molécules) en mouvement permanent dans toutes les directions et dont les chocs entre elles et avec la paroi sont parfaitement élastiques (c'est-à-dire sans pertes d'énergie). Elle considère aussi que leurs espaces intermoléculaires, étant très grands, les forces d'attractions entre les molécules et l'énergie potentiel des gaz sont négligeable. Elle permet d'expliquer les notions de :

- température : c'est une mesure de l'agitation des corpuscules, plus précisément, dans le cas des

molécules de gaz, de leur énergie cinétique.

- pression : la pression exercée par un gaz sur une paroi résulte des chocs des corpuscules sur cette dernière.

Cette théorie comporte plusieurs degrés de complexité.

- Dans sa version la plus simple, on ignore les interactions entre les molécules, ainsi que leur taille : elle permet de retrouver l'équation d'état (macroscopique) des gaz parfaits.
- En incluant les effets de taille des molécules, on peut décrire les collisions entre les molécules, ce qui donne accès aux propriétés de transport (viscosité, diffusion, effusion, conductibilité thermique).
- Van der Waals a proposé en 1873 une équation qui porte son nom, et qui tient compte à la fois de la taille des molécules et de leur interaction. Il se trouve que cette équation permet de décrire également la transition liquide-gaz (ébullition, évaporation, condensation). Elle a servi de guide à ceux qui, dans la seconde moitié du XIX^eme siècle, cherchaient à liquéfier tous les gaz, jusqu'à l'hélium, liquéfié en 1908 à Leyde.

1.1.4 Autres états

Plasma

Un plasma est une phase de la matière constitué de particules chargées, d'ions et d'électrons.



FIG. 1.4 – Du plasma dans ton four à micro-ondes.

La transformation d'un gaz vers un plasma (gaz ionisé) ne s'effectue pas à température constante pour une pression donnée, avec une chaleur latente de changement d'état, comme pour les autres états, mais il s'agit d'une transformation progressive. Lorsqu'un gaz est suffisamment chauffé, les électrons des couches extérieures peuvent être arrachés lors des collisions entre particules, ce qui forme le plasma. Globalement neutre, la présence de particules chargées donne naissance à des comportements inexistant

dans les fluides, en présence d'un champ électromagnétique par exemple.

Un plasma peut également se former à basse température si la source d'ionisation lui est extérieure (voir fig.1.4, <http://lphe.epfl.ch/~nzwahlen/bonus/plasma/>). C'est le cas de l'ionosphère, cette couche élevée de l'atmosphère terrestre qui, bien que froide, subit en permanence un intense bombardement ionisant de particules venant du soleil. Les aurores polaires sont l'une des manifestations de ce plasma.

Cet état est le plus commun dans l'univers, car il se retrouve dans les étoiles, le milieu interstellaire et aussi l'ionosphère terrestre (99%). À une autre échelle, on trouve également des plasmas dans les tubes fluorescents, les propulseurs spatiaux. Ils sont couramment utilisés dans l'industrie notamment en micro-électronique.

Supercritique

Supercritique, en physique-chimie, est l'état de la matière lorsqu'elle est soumise à une forte pression ou température. On parle de fluide supercritique lorsqu'un fluide est chauffé au-delà de sa température critique ou lorsqu'il est comprimé au-dessus de sa pression critique². Cet état de la matière a été découvert en 1822 par Charles Cagniard de la Tour. Les propriétés physiques d'un fluide supercritique (densité, viscosité, diffusivité) sont intermédiaires entre celles des liquides et celles des gaz.

Cet état supercritique a été observé expérimentalement pour la première fois à la fin du siècle dernier sur du dioxyde de carbone exposé à $31,1^{\circ}\text{C}$ et 73 atm . Dans cet état, ce composé possède de remarquables propriétés de solubilité de substances organiques. Contrairement aux autres solvants, comme le tétrachlorure de carbone, il n'est pas toxique. Le CO_2 supercritique est utilisé dans l'industrie agroalimentaire et la parfumerie pour extraire les arômes des plantes à parfum, retirer l'amertume du houblon ou décaféiner le café.

Un solvant dans des conditions supercritiques voit son pouvoir de dissolution considérablement accru. La principale différence entre l'extraction par fluide supercritique et l'extraction par un solvant conventionnel est dans la méthode de récupération du solvant. En diminuant la pression, le fluide supercritique perd son pouvoir de dissolution et le produit extrait précipite. Ce procédé est utilisé dans la décaféination du café, l'extraction des épices et des parfums, la dénicotisation du tabac, etc.

La chromatographie en phase supercritique utilise le CO_2 supercritique, seul ou mélangé avec de faibles quantités de solvant polaire, pour obtenir des séparations moléculaires rapides et économiques qui sont mises en oeuvre à des fins analytiques et préparatives dans l'industrie pharmaceutique en particulier.

Superfluide

La superfluidité est un état quantique de la matière qui a été découvert pour la première fois en 1937 par Pyotr Leonidovitch Kapitsa, simultanément avec, semble-t-il, John F. Allen et A. Don Misener, avec

²La température critique d'une substance est la température au-delà de laquelle une phase liquide ne peut pas exister, quelle que soit la pression. Exemple de l'eau : température critique = $374,15^{\circ}\text{C}$, pression critique = $221,2\text{ bars}$

l'hélium.

Les physiciens mentionnés ci dessus ont constaté qu'en dessous de la température critique de 2,17 kelvin, (soit $-270,98^{\circ}\text{C}$), l'hélium 4 subissait une transition de phase. Il passait d'un état liquide à un autre aux propriétés sensiblement différentes. En effet, l'expérience, confirmée par la suite, montra que ce nouvel état de l'hélium conduisait très bien la chaleur, ce qui ne pouvait s'expliquer que par une faible viscosité.

Des expériences plus spécifiques à la mécanique des fluides montrèrent ensuite que l'écoulement de cet hélium dans un tuyau était sensiblement indépendant de la pression appliquée sur les parois du tuyau, et de plus indépendant de la section du tuyau en question.

Ceci ne pouvait s'expliquer que par une absence totale de viscosité, d'où le nom de superfluidité.

En bref, un liquide est dit superfluide s'il n'oppose aucune résistance à l'écoulement. En conséquence, les solides qui se meuvent dedans ne subissent aucun frottement visqueux.

Condensat de Bose-Einstein

Un condensat de Bose-Einstein est un état de la matière formé de bosons³ à une température suffisamment basse, caractérisé par une fraction macroscopique d'atomes dans l'état quantique de plus basse énergie. Ce phénomène a été prédit en 1925 par Albert Einstein qui a généralisé les travaux de Satyendra Nath Bose sur les statistiques quantiques des photons au cas des atomes.

Alors que les fermions⁴ obéissent au principe d'exclusion de Pauli : « Un état quantique donné ne peut être occupé que par au plus un seul fermion », ce n'est pas le cas des bosons. Un état quantique bosonique peut être occupé par un nombre quelconque de bosons. C'est même l'inverse qui se produit et les bosons tendent à se rassembler dans un état quantique donné.

En conséquence, comme de nombreux noyaux ou atomes sont des bosons, dans certains cas ils peuvent s'accumuler dans le même niveau. Ceci permet d'expliquer le rayonnement du corps noir, qui s'explique par la statistique des photons, mais aussi la population de photons de même énergie dans un laser.

1.2 Changement d'état

En thermodynamique, un changement d'état est une transition de phase lors du passage d'un état de la matière à un autre. Les trois états de la matière sont : solide, liquide, gaz.

³Particules de spin entier. Telles que le photon, les huit gluons de l'interaction forte, les bosons Z^0 , W^- et W^+ de l'interaction faible, l'atome d'hélium 4, les excitons, etc.

⁴Particules de spin demi-entier (c'est-à-dire $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, ...) : l'électron, le muon, le neutrino et les quarks sont des fermions. On compte six représentants de la famille des quarks : le quark down (d), le quark up (u), le quark strange (s) et trois autres, produits en laboratoire. Les quarks s'associent par triplets pour former protons (u , u et d) et neutrons (d , d et u), qui sont des fermions eux aussi.

Les paramètres fixant le changement d'état d'un corps pur sont la pression et la température.

A pression atmosphérique, l'eau est solide pour une température inférieure à 0°C , liquide pour une température comprise entre 0°C et 100°C , et à l'état de gaz pour des températures supérieures.

A pression plus faible, le changement d'état se produit pour des températures plus basses. Ainsi, l'eau bout à une température inférieure à 100°C en montagne car la pression diminue avec l'altitude.

Voici le nom des transitions de phases les plus courantes qui font intervenir les états de la matière suivants : solide, liquide, gazeux :

- de solide à liquide : fusion
- de solide à gazeux : sublimation
- de liquide à solide : solidification
- de liquide à gazeux : évaporation ou ébullition ou vaporisation
- de gazeux à solide : déposition ou condensation
- de gazeux à liquide : condensation ou liquéfaction.

	solide	liquide	gazeux
solide		fusion	sublimation
liquide	solidification		évaporation ou vaporisation ou ébullition
gazeux	déposition ou condensation	condensation ou liquéfaction	

Dans le cas de la transition entre les phases liquide et gaz, il existe des conditions de pression et de température pour lesquelles la transition entre le liquide et le gaz devient du second ordre. Près de ce point critique, le fluide est suffisamment chaud et comprimé pour que l'on ne puisse pas distinguer les phases liquides et gazeuses.

Le système a une apparence laiteuse en raison des fluctuations de la densité du milieu, qui perturbe la lumière sur tout le spectre visible. Ce phénomène est appelé opalescence critique.

Chapitre 2

Chaleur et énergie

Portons en graphique la température en fonction du temps de glace pilée placée dans une casserole posée sur un réchaud fonctionnant à feu très doux. Que va-t-on observer ?

1. La glace se réchauffe sans fondre et atteint la température de $0^{\circ}C$.
2. Une phase liquide commence à se former : la glace fond. Le mélange eau liquide-glace reste à la température de $0^{\circ}C$ pendant tout le changement de phase.
3. Lorsqu'il n'y a plus de glace, l'eau liquide se réchauffe jusqu'à la température de $100^{\circ}C$.
4. Des bulles commencent à se former. L'eau liquide qui demeure dans la casserole ne dépasse pas les $100^{\circ}C$.

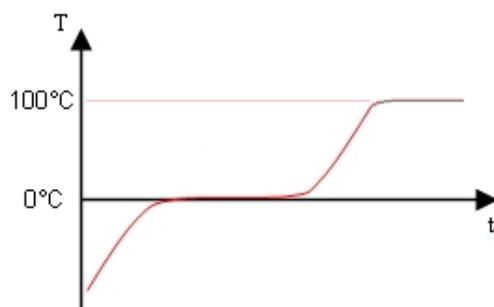


FIG. 2.1 – Température en fonction du temps de l'eau initialement sous forme de glace.

2.1 Température

La température d'un système est une fonction croissante du degré d'agitation thermique des particules, c'est-à-dire de son énergie thermique. Elle est définie par l'équilibre de transfert de chaleur avec d'autres systèmes.

Par exemple, quand l'agitation est faible, l'objet est froid au toucher. Cette sensation est due à un transfert de chaleur des doigts vers l'objet. Elle se mesure au moyen d'un thermomètre et est étudiée par

la thermométrie.

Le rapport entre la quantité d'énergie thermique et la température est, dans ce cours, appelée la capacité thermique C (J/K). La capacité thermique (ou calorifique) C est donc l'énergie qu'il faut apporter à un corps pour augmenter sa température de un Kelvin.

Les particules qui composent un système matériel (molécules ou atomes) ne sont jamais au repos. Elles sont en vibration permanente et possèdent donc une certaine énergie cinétique. La température mesure indirectement par contact le degré d'agitation microscopique des particules.

Par ailleurs, un espace vide de matière mais dans lequel de la lumière se propage contient lui aussi de l'énergie. Dans de bonnes conditions, on peut associer une température à ce rayonnement qui mesure l'énergie moyenne des particules qui le constituent. Un exemple important de rayonnement thermique est celui du corps noir dont un exemple spectaculaire observé dans la nature est le fond diffus cosmologique.

Lorsqu'on met deux corps en contact, ils échangent spontanément de l'énergie thermique : l'un des deux corps a des particules qui ont plus d'énergie cinétique, en les mettant en contact, les chocs entre particules font que cette énergie cinétique microscopique se transmet d'un corps à l'autre. C'est ce transfert d'énergie qui, en sciences physiques, est appelé chaleur. Ces transferts d'énergie mènent spontanément à un état d'équilibre thermique où les deux corps en présence ont la même température. Il s'agit d'une des expressions du 2^{ème} principe de la thermodynamique.

Il convient de ne pas confondre chaleur et température. Par exemple, la température du gaz d'un tube néon allumé est de quelques milliers de degrés mais la densité du gaz est suffisamment faible pour permettre à l'air ambiant d'évacuer cette chaleur. Le néon allumé ne brûlera pas la main qui le saisit parce qu'il ne peut pas communiquer suffisamment d'énergie pour faire monter significativement la température de la peau.

2.2 Capacité calorifique

La capacité thermique (ou capacité calorifique) d'un corps est aussi une grandeur permettant de quantifier la possibilité qu'a un corps d'absorber ou restituer de l'énergie par échange thermique au cours d'une transformation pendant laquelle sa température varie.

Plus la capacité thermique d'un corps est grande, plus grande sera la quantité d'énergie échangée au cours d'une transformation s'accompagnant d'une variation de la température de ce corps. La capacité calorifique est la quantité d'énergie qu'il faut apporter à un corps pour augmenter sa température de un kelvin. Elle s'exprime en joule par kelvin. C'est une grandeur extensive : plus la quantité de matière est importante plus la capacité calorifique est grande.

On peut déduire de la capacité thermique d'un corps de masse m et de quantité de matière n , deux grandeurs associées intensives :

- La capacité calorifique massique $c_m = \frac{C}{m}$: rapportée à un kilogramme du corps considéré,
- La capacité calorifique molaire $c_n = \frac{C}{n}$: rapportée à une mole du corps considéré.

Pour des raisons de clarté, on parlera de capacité thermique C (J/K) et de capacité calorifique massique c_m ($\frac{J}{kg K}$) ou de capacité calorifique molaire c_n ($\frac{J}{mol K}$). Bien qu'on puisse employer les termes capacité thermique massique ou molaire.

La *capacité calorifique massique* est donc définie par la quantité d'énergie à apporter par échange thermique pour élever d'un degré la température de l'unité de masse d'une substance.

L'unité du système international est donc le joule par kilogramme kelvin, $\frac{J}{kg K}$.

Par exemple, la capacité calorifique massique de l'eau liquide vaut $c = 4180 \frac{J}{kg K}$, ce qui signifie que pour faire monter la température de 1 kg d'eau de $1^\circ C$, il va falloir lui communiquer 4180 J.

Remarques : Il convient de distinguer les *capacités à volume constant* c_V et les *capacités à pression constante* c_p (la différence étant particulièrement importante pour les gaz).

Les coefficients de dilatation des corps solides et liquides sont généralement suffisamment faibles pour qu'on néglige la différence entre c_p et c_V pour la plupart des applications.

2.2.1 Capacité calorifique massique des gaz

D'après la théorie cinétique des gaz, l'énergie interne d'une mole de gaz parfait monoatomique qui possède 3 degrés de liberté est égale à $\frac{3}{2}RT$, et plus élevée pour les gaz dont les molécules sont polyatomiques. Par exemple, $\frac{5}{2}RT$ pour un gaz diatomique (5 degrés de liberté). Le calcul théorique n'est plus possible pour les molécules complexes¹.

La capacité calorifique massique à volume constant est ainsi de :

- $c_V = \frac{3R}{2M}$ pour un gaz parfait monoatomique,
- $c_V = \frac{5R}{2M}$ pour un gaz parfait diatomique.

La capacité calorifique massique à pression constante d'un gaz parfait peut être déterminée à partir de la capacité calorifique massique à volume constant.

Le rapport des deux capacités d'un gaz est important en thermodynamique ; il est noté gamma² :

$$\gamma = \frac{c_p}{c_V}$$

Sa valeur dépend de la nature du gaz considéré ; pour un gaz parfait, la valeur théorique de γ est :

- $\gamma = \frac{5}{3} = 1,67$ pour un gaz monoatomique ($\frac{1}{\gamma-1} = \frac{3}{2}$),

¹Constante des gaz parfaits $R = k_B N_A = 8,314472 \frac{J}{mol K}$

²Il existe une relation liant pression et volume pour les gaz parfaits : $pV^\gamma = C^{te}$

$$- \gamma = \frac{7}{5} = 1,4 \text{ pour un gaz diatomique } \left(\frac{1}{\gamma-1} = \frac{5}{2}\right).$$

2.2.2 Capacité calorifique molaire - loi de Dulong et Petit

Remarquons que, dans la théorie cinétique des gaz, pour les gaz monoatomiques, l'énergie cinétique moyenne par molécule est donnée par $\frac{3}{2}k_B T$ où k_B est la constante de Boltzmann³ et T la température exprimée en kelvin. Dès lors, l'énergie interne d'une mole de gaz sera donc constitué de la somme des énergies cinétiques de chaque molécule et nous aurons donc une énergie totale de $\frac{3}{2}N_A k_B T$ où N_A est le nombre d'Avogadro⁴. Donc, sachant que $N_A k_B = R$, il vient que la capacité calorifique molaire est ainsi de :

$$\begin{aligned} - c_n &= \frac{3}{2}R \approx 12,5 \frac{J}{mol K} \text{ pour un gaz parfait monoatomique,} \\ - c_n &= \frac{5}{2}R \approx 20,8 \frac{J}{mol K} \text{ pour un gaz parfait diatomique.} \end{aligned}$$

Un raisonnement similaire peut être fait sur les solides. Au sein d'un cristal, un atome possède 6 degrés de liberté (3 translations et 3 rotations), ce qui porte, en accord avec ce qui précède, la capacité calorifique molaire à

$$c_n = 3R \approx 25 \frac{J}{mol K}$$

L'eau et d'autres corps ayant des propriétés similaires constituent cependant des exceptions. En effet, l'eau se distingue par sa capacité calorifique molaire plus élevée (environ $40 \frac{J}{mol K}$ à l'état solide). Ceci s'explique par la structure moléculaire, dont les molécules emmagasinent de l'énergie électrique. Dans une molécule d'eau, les protons sont partiellement déshabillés de leur électron qui passe le plus clair de son temps autour de l'oxygène. Il en résulte une grande force intermoléculaire de cohésion de l'eau, structure ordonnée en groupes de molécules liées par des forces à courte portée. Lorsque l'on ajoute de la chaleur à l'eau, ces groupes de molécules sont brisés. Cette énergie ne peut pas servir à augmenter la température, ce qui explique, en partie (il existe d'autres mécanismes) la grande capacité calorifique de l'eau.

2.3 Enthalpie de changement d'état

Si nous reprenons l'exemple de l'eau, sur le graphique de la température en fonction du temps, nous voyons apparaître deux paliers.

Lors de l'expérience, on constate que toute la glace s'est transformée en eau avant que la température ne continue à monter. Même remarque pour la vapeur : l'eau liquide reste à la température de $100^\circ C$ jusqu'à ce qu'il n'y en ait plus suffisamment pour continuer l'expérience.

Or, pendant que la glace fusionnait et que l'eau se transformait en vapeur, le feu était toujours allumé. Ce qui nous amène à postuler l'existence d'une « chaleur latente » de fusion L_f et de vaporisation L_v . Ces chaleurs latentes ne jouant un rôle qu'à la température de fusion/solidification ou de liquéfaction/vaporisation, sont donc indépendantes de la température mais pas de la quantité de matière. Elles

³ $k_B = 1,3806503 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$
⁴ $N_A = 6,0221415 \cdot 10^{23}$

s'expriment donc en J/kg (ou en J/mol), c'est pourquoi on parle aussi d'*enthalpie de changement d'état*.

Les états de la matière se définissent fondamentalement d'un point de vue thermodynamique et correspondent à des niveaux d'agitation moléculaire. Le diagramme de phase représente les conditions de température et de pression pour passer d'un état à un autre. Lorsqu'un corps pur se retrouve dans les conditions, mesurées par le couple température-pression, qui ne correspondent à aucun point de l'une des courbes solide-liquide, liquide-gaz ou solide-gaz, alors ce corps est dans un état (solide, liquide ou gazeux) tel que la variation d'enthalpie entraîne directement une variation de température.

En revanche, si le couple température-pression correspond à un point de l'une des courbes de changement de phase, la variation d'enthalpie n'entraîne pas de variation de température, c'est-à-dire que les changements de phase se font à température constante. Dans ce cas, un apport d'énergie provoqué par une variation positive d'enthalpie est convertie en chaleur latente, et une variation négative libère cette chaleur latente. Donc, l'enthalpie de changement d'état peut consommer de l'énergie (endothermique, ex : glace qui fond) ou libérer de l'énergie (exothermique, ex : eau qui gèle).

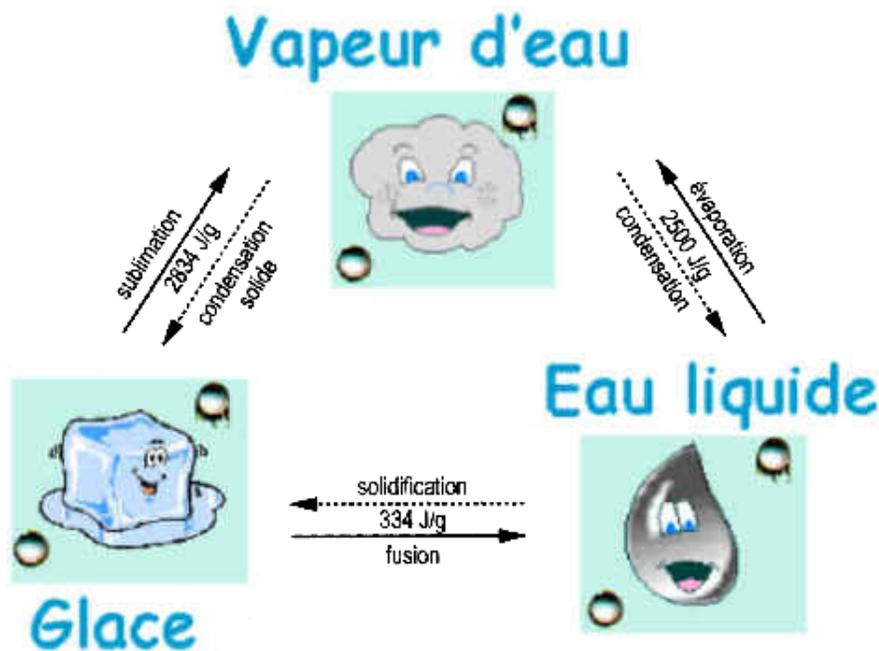


FIG. 2.2 – Enthalpies de changement d'état de l'eau.

Chapitre 3

Principe des mesures calorimétriques

La calorimétrie est la partie de la thermodynamique qui a pour objet la mesure des quantités de chaleur.

Pour ce faire, on utilise un calorimètre qui peut fonctionner à pression constante ou à volume constant.

Le calorimètre est un système isolé (le plus possible). Or le premier principe de la thermodynamique exprime que dans un système isolé, l'énergie totale du système se conserve. Dès lors, dans un calorimètre, on fera l'approximation (sauf mention contraire) que la somme des chaleurs (autrement dit des l'énergies thermiques) échangées est nulle.

Exemple : détermination de la température d'équilibre d'un mélange de deux constituants introduits à différentes températures, sans changements d'états ni réactions chimiques.

Soit

$$Q_1 = m_1 c_1 \Delta T_1 = m_1 c_1 (T_{eq} - T_1)$$

la chaleur mise en jeu par le corps 1 de masse m_1 et de capacité calorifique massique c_1 pour passer de la température initiale T_1 à la température d'équilibre T_{eq} de l'ensemble.

Soit

$$Q_2 = m_2 c_2 \Delta T_2 = m_2 c_2 (T_{eq} - T_2)$$

la chaleur mise en jeu par le corps 2 de masse m_2 et de capacité calorifique massique c_2 pour passer de la température initiale T_2 à la température d'équilibre T_{eq} de l'ensemble.

Dans le calorimètre, la somme des chaleurs échangées est nulle : $Q_1 + Q_2 = 0$. Donc, on a finalement

$$\begin{aligned} m_1 c_1 (T_{eq} - T_1) + m_2 c_2 (T_{eq} - T_2) &= 0 \\ \Leftrightarrow m_1 c_1 T_{eq} + m_2 c_2 T_{eq} &= m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2 \\ \Leftrightarrow T_{eq} &= \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} \end{aligned}$$

Exemple : détermination de la chaleur latente de fusion $L_{f/s}$ de l'eau.

Dans un calorimètre, on plonge une masse $m_1 = 100 \text{ g}$ de glace de capacité calorifique c_{glace} à $T_1 = 0^\circ\text{C}$ dans une masse $m_2 = 1 \text{ kg}$ d'eau liquide de capacité calorifique $c_{liquide} = 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$ à 20°C . Après un temps suffisamment long, la glace a fondu et on mesure une température d'équilibre $T_{eq} = 11,3^\circ\text{C}$.

$$Q_1 = m_1 c_{glace}(T_{f/s} - T_1) + m_1 L_{f/s} + m_1 c_{liquide}(T_{eq} - T_{f/s})$$

la chaleur mise en jeu pour réchauffer la glace jusqu'à la température de fusion/solidification de T_1 à $T_{f/s}$, pour faire fondre cette glace et pour réchauffer l'eau créée de la température $T_{f/s}$ à la température d'équilibre T_{eq} .

$$Q_2 = m_2 c_{liquide}(T_{eq} - T_2)$$

la chaleur mise en jeu pour refroidir l'eau liquide de la température T_2 à la température d'équilibre T_{eq} .

Dans le calorimètre, la somme des chaleurs échangées est nulle $Q_1 + Q_2 = 0$. Donc, on a

$$\begin{aligned} 0,1 \cdot c_{glace}(0 - 0) + 0,1 L_{f/s} + 0,1 \cdot 4180 \cdot (11,3 - 0) + 4180 \cdot (11,3 - 20) &= 0 \\ \Leftrightarrow 0 + 0,1 L_{f/s} + 4700 - 36400 &= 0 \\ \Leftrightarrow L_{f/s} &\approx 320 \cdot 10^3 \text{ J/kg} \end{aligned}$$

Exemple : détermination de la chaleur latente de solidification $L_{f/s}$ de l'eau.

Dans un calorimètre, on plonge une masse $m_1 = 1 \text{ kg}$ de glace de capacité calorifique $c_{glace} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$ à $T_1 = -10^\circ\text{C}$ dans une masse $m_2 = 50 \text{ g}$ d'eau liquide de capacité calorifique $c_{liquide}$ à 0°C . Après un temps suffisamment long, l'eau a gelé et on mesure une température d'équilibre $T_{eq} = -2,2^\circ\text{C}$.

$$Q_1 = m_1 c_{glace}(T_{eq} - T_1)$$

la chaleur mise en jeu pour réchauffer la glace de la température T_1 à la température d'équilibre T_{eq} .

$$Q_2 = m_2 c_{liquide}(T_{f/s} - T_1) + m_2 L_{f/s} + m_2 c_{glace}(T_{eq} - T_{f/s})$$

la chaleur mise en jeu pour refroidir l'eau liquide jusqu'à la température de fusion/solidification de T_2 à $T_{f/s}$, pour faire geler cette eau et pour refroidir la glace créée de la température $T_{f/s}$ à la température d'équilibre T_{eq} .

Dans le calorimètre, la somme des chaleurs échangées est nulle $Q_1 + Q_2 = 0$. Donc, on a

$$\begin{aligned} 1 \cdot 2100 \cdot (-2,2 + 10) + 0,05 \cdot c_{liquide} \cdot (0 - 0) + 0,05 L_{f/s} + 0,05 \cdot 2100 \cdot (-2,2 - 0) &= 0 \\ \Leftrightarrow 16400 + 0 + 0,05 L_{f/s} - 230 &= 0 \\ \Leftrightarrow L_{f/s} &\approx -320 \cdot 10^3 \text{ J/kg} \end{aligned}$$

Il convient de remarquer que l'enthalpie de changement d'état peut être comptée positivement ou négativement, selon le caractère endothermique ou exothermique relatif à ce changement d'état.

Chapitre 4

Dilatation thermique

La dilatation est l'expansion du volume d'un corps occasionné par son réchauffement, généralement imperceptible à l'oeil nu. Pour des raisons de simplifications, nous allons étudier la dilatation linéaire et en déduire les effets d'une dilatation surfacique et volumique.

4.1 Dilatation thermique linéaire

La longueur d'un matériau en fonction de la température est donnée par :

$$L(T) = L_0 + \Delta L = L_0(1 + \lambda(T - T_0))$$

où λ est le coefficient de dilatation linéaire du matériau considéré (exprimé en K^{-1}).

Les coefficients donnés ci-dessous sont valables pour des températures comprises entre $0^\circ C$ et $100^\circ C$. En réalité ces coefficients dépendent de la température, la loi d'allongement n'est donc pas vérifiée pour des différences de température très élevées.

substances	coeff. de dilat. lin. $\lambda(K^{-1})$	substances	coeff. de dilat. lin. $\lambda(K^{-1})$
acier	$12,0 \cdot 10^{-6}$	aluminium	$23,8 \cdot 10^{-6}$
argent	$19,7 \cdot 10^{-6}$	bismuth	$13,5 \cdot 10^{-6}$
bronze	$17,5 \cdot 10^{-6}$	cadmium	$30,0 \cdot 10^{-6}$
constantan	$15,2 \cdot 10^{-6}$	cuivre	$16,5 \cdot 10^{-6}$
étain	$23,0 \cdot 10^{-6}$	fonte	$10,5 \cdot 10^{-6}$
invar(36%Ni + 64%Fe)	$1,5 \cdot 10^{-6}$	laiton	$18,5 \cdot 10^{-6}$
molybdène	$5,2 \cdot 10^{-6}$	nickel	$13,0 \cdot 10^{-6}$
nylon	$30 \cdot 10^{-6}$	or	$14,2 \cdot 10^{-6}$
platine	$9,0 \cdot 10^{-6}$	plomb	$29,0 \cdot 10^{-6}$
porcelaine	$4,0 \cdot 10^{-6}$	quartz	$0,5 \cdot 10^{-6}$
rilsan	$150 \cdot 10^{-6}$	tungstène	$4,5 \cdot 10^{-6}$
verre	$9 \cdot 10^{-6}$	zinc	$30,0 \cdot 10^{-6}$

L'eau présente une anomalie. En effet en chauffant elle se contracte entre $0^\circ C$ et $+4^\circ C$.

La dilatation des solides, qui peut parfois être très gênante, est compensée sur les ponts par des « rainures » appelées joints de dilatation : avec les différences d'expositions au soleil et l'échauffement de l'atmosphère, un solide de plusieurs dizaines de mètres peut s'allonger de quelques centimètres. Sans l'espace laissé par les joints de dilatation, le pont se déformerait.

- La dilatation d'un liquide est souvent négligeable par rapport à son ébullition, mais peut expliquer certains phénomènes, notamment avec des récipients rigides. (Elle n'est pas la cause du débordement du lait que l'on chauffe trop, qui est un phénomène propre aux protéines bouillies.)
- Le bris des verres chauffés brusquement s'explique par la dilatation.
- Blocage de roue. Si une roue est d'une matière différente de celle de son axe, elle pourra se bloquer à certaines températures si les tolérances mécaniques ont été mal calculées.

Application : Soit un rail en acier de 30 m en hiver à -20°C . En été, la température est de 40°C . Le rail subit donc un variation de température $T - T_0 = \Delta T = 60\text{K}$ et sa variation de longueur sera

$$\Delta L = \lambda_{\text{acier}} \cdot L_0 \cdot \Delta T = 12 \cdot 10^{-6} \times 30 \times 60 = 2,16 \cdot 10^{-2} \text{m}$$

Ainsi le rail s'allonge de 21,6 mm, sa longueur en été est de 30,0216 m.

4.2 Dilatation thermique surfacique et volumique

Le volume d'un matériau en fonction de la température est donnée par :

$$V(T) = V_0 + \Delta V = V_0(1 + \beta(T - T_0))$$

Lorsqu'on étudie un cube qui se dilate sous l'effet de la température, si l'on fait l'hypothèse d'une dilatation isotrope, on peut supposer que le volume $V(T) = L(T)^3$. Dès lors, il vient

$$\begin{aligned} V(T) &= L_0^3(1 + \lambda\Delta T)^3 \\ &= L_0^3(1 + 3\lambda\Delta T + 3\lambda^2(\Delta T)^2 + \lambda^3(\Delta T)^3) \end{aligned}$$

Or, étant donné la petitesse de la valeur λ , on peut supposer que les termes comprenant λ^2 et λ^3 seront négligeables par rapport au reste. Il vient alors finalement

$$\begin{aligned} V(T) &= V_0(1 + \beta\Delta T) \\ &\approx L_0^3(1 + 3\lambda\Delta T) \end{aligned}$$

Donc, le coefficient de dilatation cubique $\beta \approx 3\lambda$.

La surface d'un matériau en fonction de la température est donnée par :

$$S(T) = S_0 + \Delta S = S_0(1 + \alpha(T - T_0)) = L_0^2(1 + \lambda\Delta T)^2 = L_0^2(1 + 2\lambda\Delta T + \lambda^2(\Delta T)^2)$$

Par un raisonnement similaire, il vient que $\alpha \approx 2\lambda$.

Deuxième partie

Mouvements vibratoires et ondes

Chapitre 5

Mouvement périodique

5.1 Principes généraux

Une oscillation ou vibration est un mouvement répété de va-et-vient effectué sur une même trajectoire.

Par exemple : un enfant sur une balançoire, le mouvement du balancier d'une horloge, la vibration d'une corde de guitare, les molécules d'un solide, les cordes vocales, les circuits électriques oscillants, le mouvement des ailes d'insectes, etc.

Bien que la nature des phénomènes physiques soit très variée, les mêmes équations mathématiques sont utilisées pour décrire de petites oscillations d'un objet autour de sa position d'équilibre (ou d'origine).

Ces équations mécaniques expriment une relation entre l'accélération a , la vitesse v et le déplacement x de l'objet.

Une vibration de ce type est appelée un *mouvement harmonique simple* caractérisé par l'*amplitude* A , qui est la valeur maximum du déplacement de l'objet par rapport à sa position d'équilibre ($A \geq 0$), et la *période* T , qui représente le temps mis par l'objet pour effectuer un aller-retour, c'est-à-dire une oscillation complète ou un *cycle*.

La *fréquence* ν d'une oscillation correspond au nombre de cycles effectués par unité de temps. On a

$$\nu = \frac{1}{T}$$

En physique, et plus spécifiquement en mécanique, la vitesse angulaire ω , aussi appelée fréquence angulaire, est une mesure de la vitesse de rotation. Elle s'exprime dans le système international en radians par seconde (rad/s), ou plus simplement en s^{-1} puisque les angles sont des grandeurs sans dimension. Pour certaines machines, elle reste de manière courante donnée en tours par minute (tr/min).

Une révolution complète est égale à 2π radians, donc :

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

où ω est la vitesse angulaire (en rad/s), l'expression $\frac{d\theta}{dt}$ est la dérivée de l'angle par rapport au temps (en rad/s), T est la période de rotation (en s) et ν est la fréquence (en Hz).

L'utilisation de la vitesse angulaire au lieu de la fréquence ordinaire est pratique dans maintes applications car elle permet d'éviter l'apparition excessive du nombre π .

5.1.1 Résonance

Lorsqu'on abandonne un système stable préalablement écarté de sa position d'équilibre, il y retourne, généralement à travers une série d'oscillations propres. Celles-ci se produisent à la *fréquence propre* ν du système. Si le système n'est pas trop amorti, une excitation sinusoïdale est particulièrement amplifiée au voisinage de cette fréquence propre, c'est ce qu'on appelle la résonance. Sommairement on peut dire que le système réagit d'autant plus facilement, qu'on lui fournit de l'énergie à une fréquence proche de sa « fréquence naturelle ».

Remarquons que tout corps possède une fréquence propre.

Le pot d'échappement d'un moteur deux temps a une forme bien particulière, calculée pour créer un phénomène de résonance ; Résonance qui améliore les performances du moteur : en diminuant la consommation et la pollution. Cette résonance réduit partiellement les gaz imbrulés et augmente la compression dans le cylindre.

Les automobilistes sont souvent irrités par les bruits parasites qui apparaissent à une certaine vitesse du véhicule ou de rotation du moteur. Certaines pièces mal amorties du moteur, ou de la carrosserie, entrent en résonance et émettent des vibrations sonores. L'automobile elle-même, avec son système de suspension, constitue un oscillateur heureusement muni d'amortisseurs efficaces qui évitent que le véhicule n'entre en résonance aiguë.

Chaque station émet une onde électromagnétique avec une fréquence bien déterminée. Pour la capter, le circuit *RLC* (résistance, inductance, capacité) est mis en vibration forcée, par l'intermédiaire de l'antenne qui capte toutes les ondes électromagnétiques arrivant jusqu'à elle. Pour écouter une seule station, on doit accorder la fréquence propre du circuit RLC avec la fréquence de l'émetteur désiré, en faisant varier la capacité d'un condensateur variable (opération effectuée en agissant sur le bouton de recherche des stations).

L'IRM utilise la résonance des protons d'un organisme pour fabriquer des images. Les protons des molécules d'eau réagissent de façon spécifique au champ magnétique ; le corps humain est composé en majorité d'eau. Placé dans un intense champ magnétique, on excite les protons des molécules d'eau à l'aide d'une émission électromagnétique (radio-fréquence) jusqu'à les mettre en résonance. Avec une antenne, on mesure l'énergie rendue par les protons lors de l'arrêt de l'excitation. Un puissant ordinateur

analyse et interprète les informations captées par l'antenne, en créant une image en trois dimensions.

Un pont peut effectuer des oscillations verticales, transversales ou de torsions. À chacun de ces types d'oscillations, correspond une période propre, si le tablier est suspendu (maintenu par des câbles accrochés aux piliers), le système a une fréquence de résonance bien différente.

En 1850, une troupe traversant au pas cadencé le pont de la Basse-Chaine, pont suspendu sur la Maine à Angers, provoqua la rupture du pont par résonance et la mort de 226 soldats. Pourtant, le règlement militaire interdisait déjà de marcher au pas sur un pont, ce qui laisse à penser que ce phénomène était connu auparavant.

En 1940, de forts vents (de 65 à 80 km/h) provoquèrent la chute du pont de Tacoma Narrows (É.-U.). Des vibrations de flexion transversale amenèrent la rupture d'un câble, puis du reste de l'oeuvre.

5.1.2 Etude d'un cas : système masse-ressort

On peut mettre en oscillation une masse soumise à l'action d'un ressort. Ces oscillations peuvent être, suivant les cas, des oscillations verticales ou des oscillations horizontales (en utilisant un dispositif permettant de minimiser les frottements sur le support).



FIG. 5.1 – Mouvement horizontal.

Dans les deux cas, les oscillations sont harmoniques : le déplacement en fonction du temps $x(t)$ de la masse de part et d'autre de la position d'équilibre (statique) est une fonction sinusoïdale. Dans le cas de l'oscillateur vertical, l'effet de la pesanteur n'introduit qu'une translation de la position d'équilibre statique.

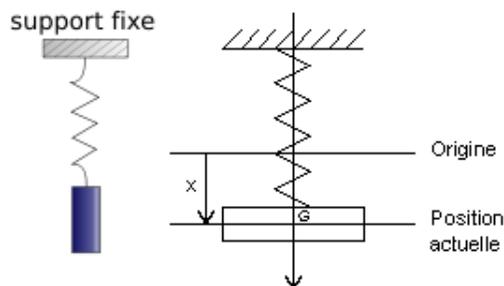


FIG. 5.2 – Mouvement vertical.

Soit \vec{F}_r la force de rappel, qui est proportionnelle au déplacement. Pour un ressort, au premier ordre,

on a

$$\vec{F}_r = -k\vec{x}$$

où k est la constante de rappel du ressort (exprimée en $\frac{N}{m}$) et x le déplacement de la masse m par rapport à sa position d'origine.

Selon les lois de la mécanique, on a

$$\sum_i \vec{F}_i = m \vec{a}$$

En remplaçant $\sum_i \vec{F}_i$ par $F_r = -k x(t)$ et \vec{a} par $\ddot{x}(t)$, on obtient

$$\begin{aligned} m \ddot{x}(t) &= -k x(t) \\ \Leftrightarrow \ddot{x}(t) &= -\frac{k}{m} x(t) \\ \Leftrightarrow \frac{d^2 x(t)}{dt^2} &= -\frac{k}{m} x(t) \end{aligned}$$

Essayons la fonction $x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$. On a

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} = \frac{d^2}{dt^2} (A \sin(\omega t + \phi)) = \frac{d}{dt} (A \omega \cos(\omega t + \phi)) = -A \omega^2 \sin(\omega t + \phi)$$

Donc, en remplaçant cette fonction dans l'équation précédente, on obtient

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} (A \sin(\omega t + \phi)) &= -\frac{k}{m} A \sin(\omega t + \phi) \\ \Leftrightarrow -\omega^2 A \sin(\omega t + \phi) &= -\frac{k}{m} A \sin(\omega t + \phi) \\ \Leftrightarrow \omega^2 &= \frac{k}{m} \end{aligned}$$

La fonction $A \sin(\omega t + \phi)$ vérifie bien l'équation ci-dessus à la condition que

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}}$$

Les constantes A et ϕ sont à déterminer à partir des conditions initiales. La constante A correspond à l'élongation maximale et ϕ à un déphasage éventuel.

La période T de la fonction $A \sin(\omega t + \phi) = A \sin(\sqrt{\frac{k}{m}} t + \phi) = A \sin(2\pi \frac{t}{T})$ vaut

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (\text{s})$$

la fréquence vaut donc

$$\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{Hz})$$

Les équations du mouvement seront données par

$$\begin{cases} x(t) = A \sin(\omega t + \phi) \\ v(t) = A \omega \cos(\omega t + \phi) \\ a(t) = -A \omega^2 \sin(\omega t + \phi) \end{cases}$$

5.1.3 Etude d'un cas : pendule simple

Le pendule simple est le modèle de pendule pesant le plus simple : on considère une masse ponctuelle au bout d'une liaison rigide sans masse de longueur l pouvant tourner dans un plan vertical. Le point matériel en G , de masse m , se déplace alors sur un arc de cercle de rayon $|OG|$: l'effet du poids tendant constamment à ramener le pendule vers sa position d'équilibre, celui ci oscille dès qu'il a été écarté de la verticale puis laissé à la seule action de la pesanteur.

Un pendule réel assimilable à un pendule simple est constitué d'une masse de faible dimension au bout d'un fil.

On repère la position du pendule simple par l'angle qu'il fait avec l'axe vertical z descendante. On choisit une orientation positive : la position de la masse m est donc repérée par l'angle θ .

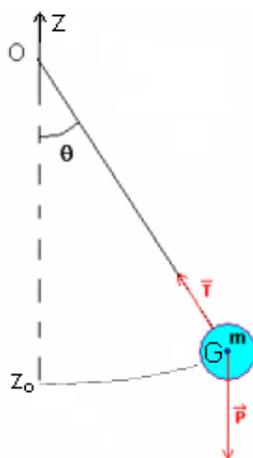


FIG. 5.3 – Pendule simple.

La hauteur z par rapport au point z_0 est donnée par $z(\theta) = l - l \cos \theta$. L'écartement horizontal est donné par $x(\theta) = l \sin \theta$.

Etant donné que $\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a}$, en projetant sur l'horizontale x du mouvement, on a que

$$T \sin \theta = m\ddot{z}(\theta)$$

En prenant $\theta = \omega t$ et $T \sin \theta = -mg \sin \theta$, il vient

$$-m g \sin \omega t = -m \omega^2 l \sin \omega t$$

Autrement dit, il faut que

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}}$$

Les équations du mouvement seront donc donnée par

$$\begin{cases} x(t) = l \sin \omega t & z(t) = l - l \cos \omega t \\ v_x(t) = l \omega \cos \omega t & v_z(t) = l \omega \sin \omega t \\ a_x(t) = -l \omega^2 \sin \omega t & a_z(t) = l \omega^2 \cos \omega t \end{cases}$$

5.2 Energie dans un mouvement harmonique

Dans n'importe quel système considéré sans pertes, l'énergie totale se conserve. Dès lors, lorsque l'on comprime ou que l'on étire un ressort à une distance x de sa position d'origine (repos), on permet à ce ressort d'emmagasiner une énergie potentielle égale au travail effectué pour l'amener jusque là, c'est-à-dire

$$\int F_r(x)dx = \int (-kx)dx = -k\frac{x^2}{2} + C$$

En laissant tomber la constante et le signe négatif, on a que

$$E_p = k\frac{x^2}{2}$$

Dans le cas du pendule simple (et les autres cas), sachant que $\omega^2 = \frac{k}{m}$ et que donc,

$$k = m\omega^2$$

il ne sera pas difficile de calculer l'énergie potentielle d'un mouvement harmonique connaissant la pulsation $\omega = 2\pi\nu$ et la masse m .

Remarquons que pour tous ces mouvements, l'énergie totale se conserve. Donc, on peut toujours écrire la relation $E_{tot} = E_p + E_c$ liant l'énergie cinétique E_c et potentielle E_p . Dès lors, pour le mouvement harmonique simple, on aura

$$k\frac{x^2}{2} + m\frac{v^2}{2} = C^{te}$$

5.3 Oscillations amorties

Dans les situations réelles, le mouvement vibratoire ne peut pas être décrit avec les équations du mouvement harmonique simple.

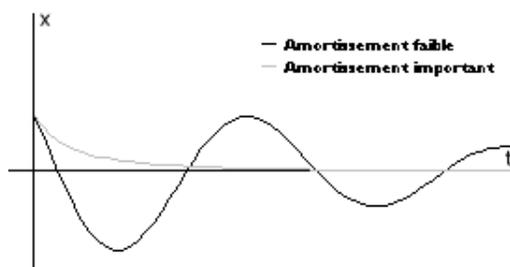


FIG. 5.4 – Oscillations amorties.

En effet, dans la réalité, on a toujours des pertes d'énergie dues aux forces dissipatives (effet joule dans un circuit oscillant, frottements dans l'air, ...) qui font décroître l'amplitude des oscillations jusqu'à zéro, sauf si l'on fournit de l'énergie au système afin de compenser les pertes.

En mécanique, on considère en général les forces dissipatives F_f comme proportionnelles à la vitesse ou au carré de la vitesse ($F_f = -\kappa v$ ou $-\kappa v^2$), ce qui complique très fortement la résolution de l'équation différentielle du mouvement. On aurait en effet

$$F_r + F_f = m a \Leftrightarrow -kx - \kappa \dot{x} = m \ddot{x}$$

5.4 Composition de mouvements vibratoires sinusoïdaux

5.4.1 Composition de mouvements de même fréquence

Soit deux mouvements sinusoïdaux $y_1(t)$ et $y_2(t)$ d'élongations parallèles. Ils sont décrits par les équations

$$\begin{cases} y_1(t) = A_1 \sin(\omega t + \phi_1) \\ y_2(t) = A_2 \sin(\omega t + \phi_2) \end{cases}$$

On cherche à les composer en un mouvement unique $y(t) = A \sin(\omega t + \phi)$

Or, un mouvement sinusoïdal peut être décrit par un vecteur \vec{r} tournant. Si l'on a deux mouvements oscillants \vec{r}_1 d'amplitude A_1 et \vec{r}_2 d'amplitude A_2 à composer, on prendrait le vecteur résultant $\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2$. Dès lors, en faisant abstraction du temps (les deux vecteurs tournent à la même vitesse) et avec les coordonnées

$$\begin{cases} r_{1x} = A_1 \cos \phi_1 & r_{1y} = A_1 \sin \phi_1 \\ r_{2x} = A_2 \cos \phi_2 & r_{2y} = A_2 \sin \phi_2 \\ r_x = r_{1x} + r_{2x} & r_y = r_{1y} + r_{2y} \end{cases}$$

la norme du vecteur tournant $||\vec{r}|| = A$ résultant sera donnée par

$$\begin{aligned} r^2 &= r_x^2 + r_y^2 \\ &= (A_1 \cos \phi_1 + A_2 \cos \phi_2)^2 + (A_1 \sin \phi_1 + A_2 \sin \phi_2)^2 \\ &= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 (\cos \phi_1 \cos \phi_2 + \sin \phi_1 \sin \phi_2) \\ \Rightarrow A &= \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\phi_1 - \phi_2)} \end{aligned}$$

le déphasage résultant $\frac{r_y}{r_x} = \tan \phi$ sera donné par

$$\tan \phi = \frac{A_1 \sin \phi_1 + A_2 \sin \phi_2}{A_1 \cos \phi_1 + A_2 \cos \phi_2}$$

5.4.2 Composition de mouvements où les fréquences sont différentes

La courbe de Lissajous, aussi dénommée figure de Lissajous ou courbe de Bowditch, est la trajectoire d'un point dont les composantes perpendiculaires ont un mouvement sinusoïdal.

Une courbe de Lissajous peut être définie par l'équation paramétrique suivante :

$$\begin{cases} x(\theta) = a \sin(\theta) \\ y(\theta) = b \sin(n\theta + \phi) \end{cases}$$

où $0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}$ et $n \geq 1$

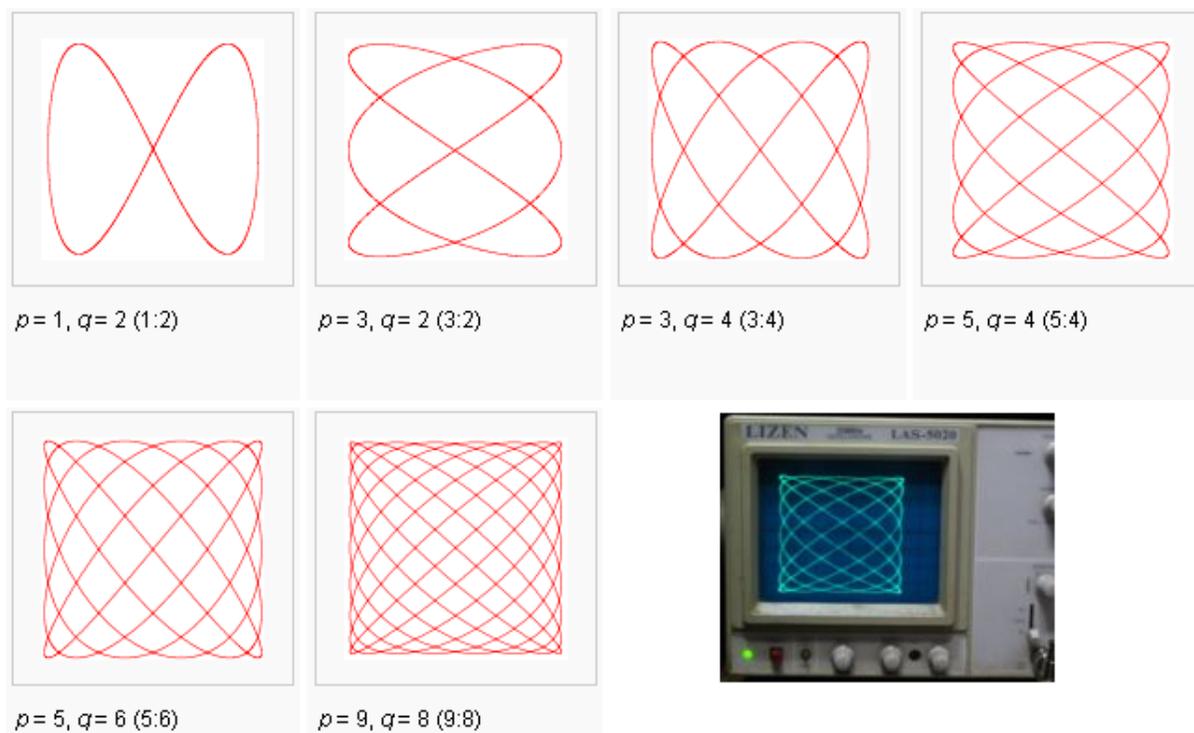


FIG. 5.5 – Quelques exemples de tracés avec $\phi = 0$, p impair, q pair, $|p - q| = 1$. En bas à droite, courbe de Lissajous obtenue sur un oscilloscope.

n est appelé le paramètre de la courbe et correspond au rapport des pulsations des deux mouvements sinusoïdaux. D'ailleurs, si ce rapport est rationnel, il peut être exprimé sous la forme $n = \frac{p}{q}$ et l'équation paramétrique de la courbe devient :

$$\begin{cases} x(\theta) = a \sin(p\theta) \\ y(\theta) = b \sin(q\theta + \phi) \end{cases}$$

où $0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{2p}$.

- si $a = b$ et $n = 1$, la courbe est une ellipse.
 - si $\phi = \frac{\pi}{2}$, cette ellipse est un cercle
 - si $\phi = 0$, cette ellipse est un segment de droite
- si $a = b$ et $n = q = 2$ (donc $p = 1$), la courbe est une besace
 - si $\phi = \frac{\pi}{2}$ cette besace est une portion de parabole
 - si $\phi = 0$, cette besace est une lemniscate de Gerono

Chapitre 6

Propagation des vibrations (ondes)

Une onde, ou une vibration, est la propagation d'une perturbation produisant sur son passage une variation réversible de propriétés physiques locales. Elle transporte de l'énergie sans transporter de matière (exception faite des ondes de matière).

Comme tout concept unificateur, l'onde recouvre une grande variété de situations physiques très différentes.

- L'onde oscillante, qui peut être périodique, est bien illustrée par les rides provoquées par le caillou qui tombe dans l'eau.
- L'onde solitaire où soliton trouve un très bel exemple dans les mascarets.
- L'onde de choc, perçue acoustiquement au passage du mur du son par un avion, par exemple.
- L'onde électromagnétique qui n'a pas de support matériel.
- L'onde acoustique qui en a un.

Dans le contexte historique de la mécanique quantique, la Structure ondulatoire de la matière traduit l'idée défendue par Louis de Broglie et Erwin Schrödinger selon laquelle la réalité physique sous-jacente à la matière serait effectivement de nature ondulatoire.

Cette idée n'est pas celle qui fut majoritairement adoptée ensuite et qui veut qu'on associe à chaque particule physique une onde de probabilité. Einstein, d'esprit déterministe, fut opposé à cette idée jusqu'au 5^{ème} congrès Solvay de 1927, où Niels Bohr (théorie de l'atome), utilisant les propres arguments d'Einstein, fit changer d'avis ce dernier. La différence d'interprétation physique entre les 2 points de vue, ondulatoire et corpusculaire, est importante.

D'un côté, Schrödinger et de Broglie se placent dans le débat d'un choix à faire entre une réalité corpusculaire ou une réalité ondulatoire de la matière. En ce sens qu'ils estiment, tout comme Newton (Mécanique des corps) et Maxwell (Electromagnétisme) avant eux que la réalité ne peut avoir qu'un des deux caractères exclusivement.

Aujourd'hui, l'interprétation physique de la mécanique quantique a franchi un pas supplémentaire. On considère que la réalité sous-jacente n'est ni corpusculaire, ni ondulatoire mais au contraire est tantôt l'une et tantôt l'autre ou les deux simultanément.

La difficulté conceptuelle de ce principe est qu'au niveau macroscopique, c'est-à-dire au niveau des événements se produisant à notre échelle ou au niveau de notre vécu quotidien, les notions corpusculaires et ondulatoires sont totalement incompatibles. Une phénomène peut être ondulatoire tandis qu'un autre peut être corpusculaire mais l'association des deux n'a pas de sens commun.

Par exemple, une onde diffracte, c'est-à-dire que dans certaines conditions, elle ne se propage pas en ligne droite mais tourne autour des obstacles. Un objet corpusculaire lui obéit aux lois de Newton et si aucune force n'agit sur lui continue en ligne droite. Il ne peut donc contourner les obstacles. On ne conçoit pas à l'échelle macroscopique qu'un objet pourrait se comporter tantôt comme un onde et tantôt comme une particule.

Au niveau microscopique, les expériences de diffraction d'électrons ainsi que l'effet photo-électrique montrent que des phénomènes ondulatoires peuvent avoir des comportements typiquement corpusculaires et que des phénomènes corpusculaires peuvent avoir des comportements ondulatoires.

L'interprétation physique de Schrödinger et de de Broglie ne peut néanmoins pas être rejetée pour la cause. En effet, bien que conscients de ces principes, ils n'ont fait que postuler qu'il devait exister un principe plus profond qui devait selon eux avoir un comportement ou une essence ondulatoire et que ce n'était que sa perception qui était corpusculaire là où on postule aujourd'hui que la réalité sous-jacente est simplement inaccessible et que nous devons nous limiter à l'étude de la perception qu'on a de ce qu'on dénomme une réalité.

L'interprétation de la structure ondulatoire de la matière a donné naissance à des théories farfelues et communément rejetées par le monde scientifique mais a refait parler d'elle au niveau de la théorie des cordes qui est une théorie rejoignant l'approche philosophique de de Broglie et de Schrödinger d'une structure ondulatoire sous-jacente à la matière.

6.1 Propagation d'un signal

6.1.1 Introduction

Illustrons la notion de « transport d'énergie sans transport de matière ». Dans le cas d'une onde mécanique, on observe de petits déplacements locaux et éphémères des éléments du milieu qui supportent cette onde, mais pas de transport global de ces éléments. Il en est ainsi pour une vague marine qui correspond à un mouvement approximativement elliptique des particules d'eau qui, en particulier, agite un bateau en mer. Dans ce contexte, un déplacement horizontal de matière est un courant ; or, on peut avoir une vague sans courant, voire une vague allant à contre-courant. La vague transporte horizontalement l'énergie du vent qui lui a donné naissance au large et, ce indépendamment du transport global de l'eau.

Dans les instruments de musique à corde la perturbation est apportée de différentes manières : archet (violon), marteau (piano), doigt (guitare). Sous l'effet de l'excitation appliquée transversalement, tous les éléments des cordes de ces instruments vibrent transversalement autour d'une position d'équilibre qui

correspond à la corde au repos. L'énergie de vibration des cordes se transforme en son car les mouvements transverses des cordes mettent en mouvement l'air qui les baigne. Un son correspond à la propagation dans l'air d'une onde de pression de cet air. En un point de l'espace, la pression de l'air oscille autour de la valeur de sa pression au repos, elle croît et elle décroît alternativement autour de cette valeur. Dans une onde sonore le mouvement local des molécules d'air se fait dans la même direction que la propagation de l'énergie, l'onde est longitudinale. Il faut noter que les directions longitudinales et transverses se réfèrent à la direction de propagation de l'énergie qui est prise comme direction longitudinale.

Les ondes électromagnétiques sont des ondes transverses qui peuvent se déplacer dans le vide comme dans un milieu. L'optique est un cas particulier de propagation dans des milieux diélectriques, tandis que la propagation dans un métal correspond à un courant électrique en mode alternatif.

Le signal transmis de proche en proche, comme dans le cas d'une onde sonore, peut quant à lui être illustré à l'aide des dominos : ces derniers reçoivent un signal et le transmettent en tombant sur le dominant suivant. Une file de voiture avançant au signal d'un feu vert ne constitue pas un exemple de transmission de proche en proche.

6.1.2 Vibration

Pour éviter de reprendre l'exemple le plus classique lors de l'étude de la propagation des vibrations, c'est-à-dire la pierre qui tombe dans l'eau en faisant des ronds, considérons, en lieu et place, l'exemple un peu tortueux d'un canard (supposé ponctuel) s'ébattant en un point O de la surface d'une eau calme d'un lac. Ce canard, s'il est animé d'un mouvement régulier de va-et-vient vertical, donne naissance à de petites vagues circulaires de centre O , dont le rayon semble augmenter constamment vers les bords du lac.

Un flotteur disposé à la surface de ce lac sera animé d'un mouvement périodique vertical mais ne subira aucun déplacement horizontal. Ce qui nous permet de dire qu'il n'y a pas de transport de matière du centre vers l'extérieur.

Chaque particule vibre sur place et le mouvement se propage de proche en proche.

La propagation de la vibration à partir de O peut se représenter dans un plan vertical par la figure 6.1.

Si T est la période du mouvement du point O , le schéma donne ses positions aux instants $t = 0, T/8, T/4, T/2, 3T/4, T, 5T/4, 3T/2, 7T/4, 9T/4$.

Sur les vagues, on distingue des creux et des sommets. Un creux et la vague successive constituent une onde. Plus spécifiquement, considérons un point P placé au sommet d'une vague. Considérons maintenant un point Q placé sur le sommet de la vague suivante. La distance séparant ces deux points P et Q est la longueur d'onde (λ).

Les deux sommets successifs P et Q passent simultanément par la même position verticale. Autrement dit, P et Q ont, au même instant, la même élongation. On dit que P et Q sont en concordance de phase.

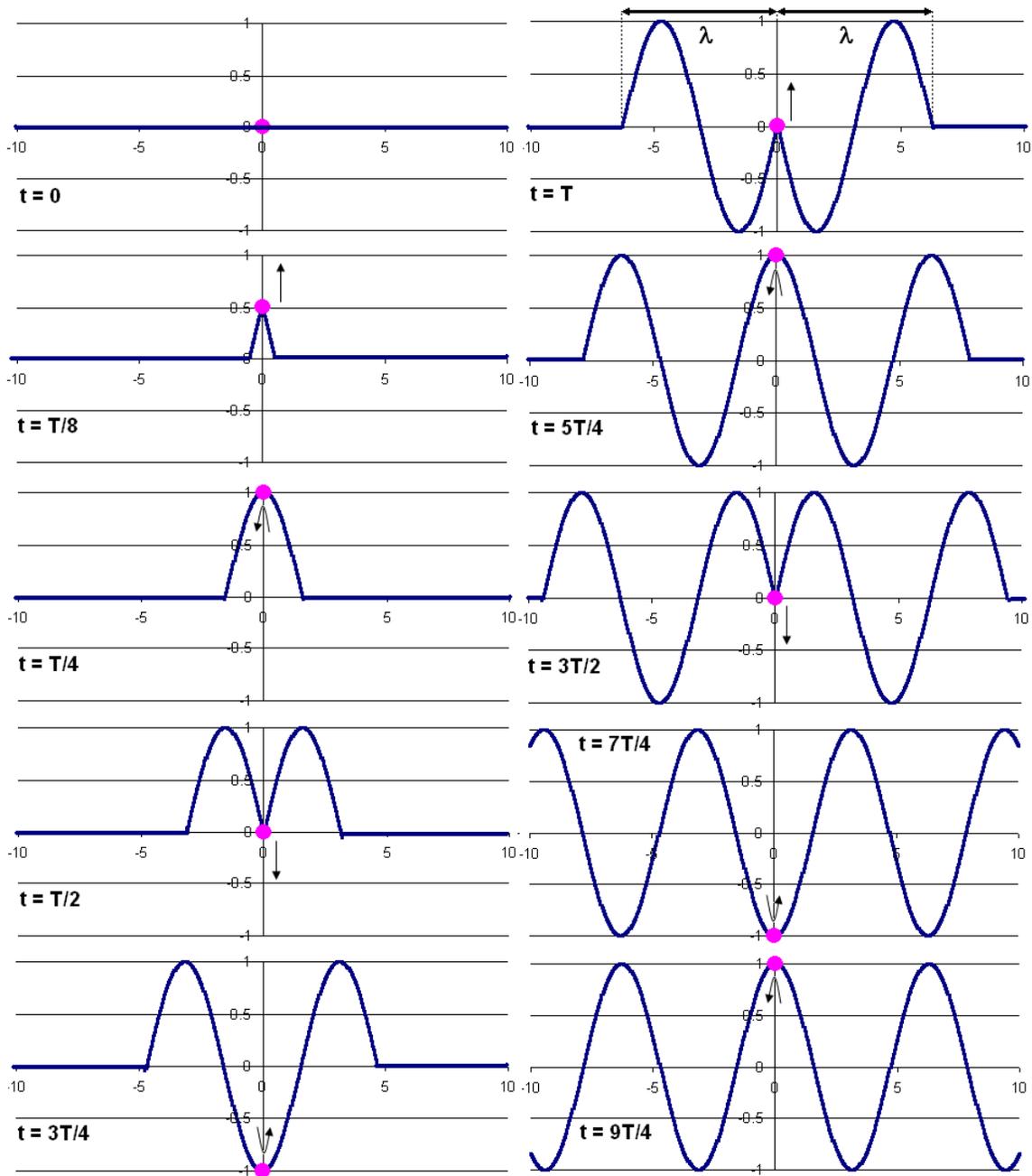


FIG. 6.1 – propagation d'une vibration sur un lac

- Deux points vibrant en concordance de phase sont séparés par une distance $d = k\lambda$ (k entier).
- Deux points vibrant en opposition de phase sont séparés par une distance $d = \frac{2k+1}{2}\lambda$ (k entier).

6.2 Propagation

On distingue plusieurs catégories d'ondes :

- les ondes transversales, où les points du milieu de propagation se déplacent localement perpendiculairement au sens de propagation, de sorte qu'il faut faire intervenir une grandeur supplémentaire pour les décrire (exemple type : les vagues, les ondes S des tremblements de terre, les ondes électromagnétiques).
- les ondes longitudinales, où les points du milieu de propagation se déplacent localement selon la direction de propagation (exemple type : la compression ou la décompression d'un ressort, le son dans un milieu sans cisaillement : eau, air, ...)

Le milieu de propagation d'une onde peut être tridimensionnel (onde sonore, lumineuse, etc.), bidimensionnel (onde à la surface de l'eau), ou unidimensionnel (onde sur une corde vibrante).

Quelle que soit leur origine physique, les ondes périodiques sont toutes caractérisées par les mêmes paramètres.

- L'amplitude A est la grandeur maximale des déplacements.
- La longueur d'onde λ est la distance séparant deux sommets successifs.
- La fréquence ν (ou f) est le nombre de sommets passant par seconde en un point donné. C'est une caractéristique de l'onde déterminée par la source.
- La période T est le temps qui s'écoule entre le passage au même point de deux sommets, ou encore l'inverse de la fréquence : $T = 1/\nu$.
- La vitesse de propagation c est la vitesse de déplacement d'un sommet.

La relation liant la fréquence, la longueur d'onde et la vitesse de propagation est illustrée par le résonnement qui suit. Ce résonnement ne concerne que les ondes périodiques.

Sur une période T , c'est-à-dire le temps mis à l'onde pour effectuer une oscillation complète, comme on peut le voir sur le schéma ci-dessus, l'onde progresse d'une distance égale à la longueur d'onde λ . La vitesse de propagation est le rapport entre la distance parcourue par l'onde et le temps mis pour parcourir cette distance, donc $c = \lambda/T$. Puisque $T = 1/\nu$, on a

$$c = \nu\lambda$$

$$\nu = c/\lambda$$

$$\lambda = c/\nu$$

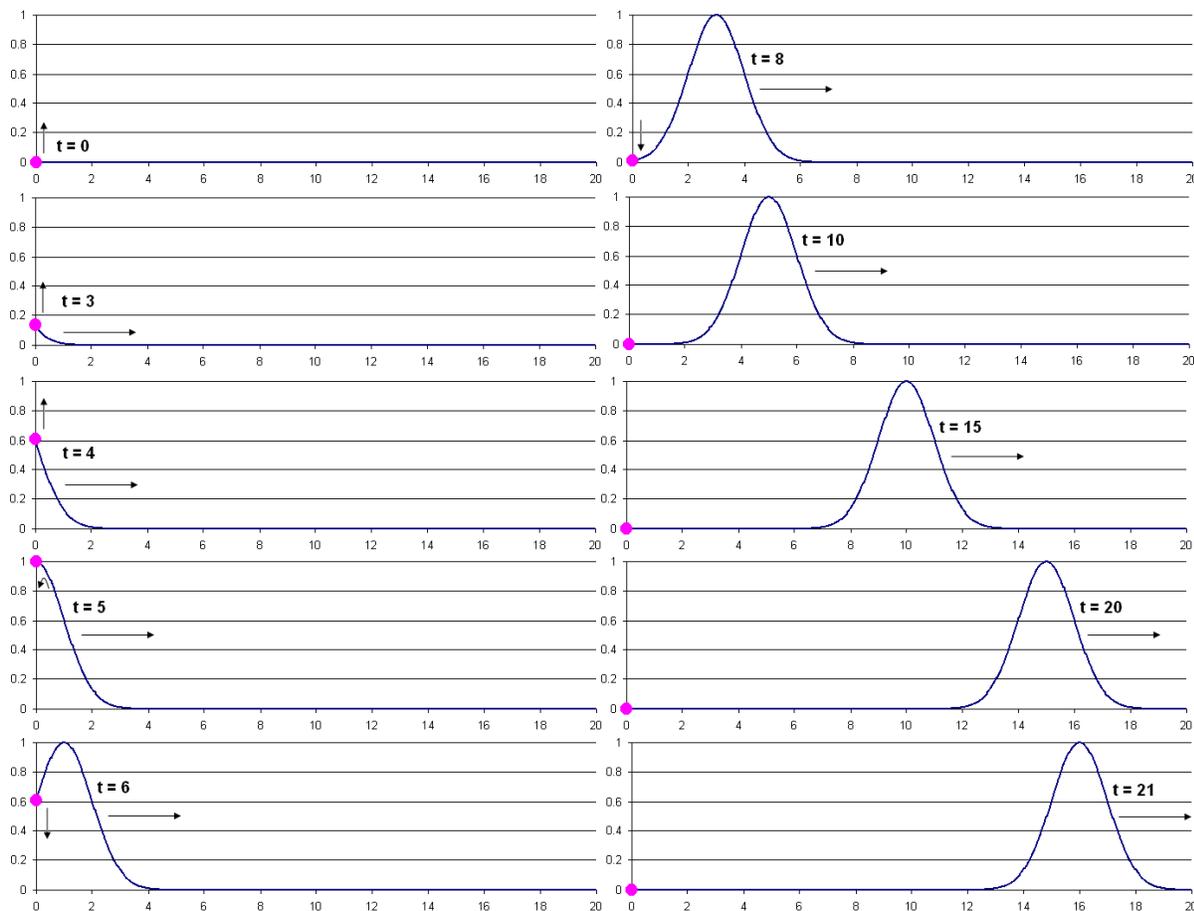


FIG. 6.2 – ébranlement transversal

6.2.1 Propagation d'un ébranlement

Propagation d'un ébranlement transversal

Considérons une longue corde en caoutchouc, légèrement tendue, dont l'une des extrémités O est subitement déplacée jusqu'en O' puis ramenée à sa position initiale. Ceci est représenté sur la figure 6.2.

La déformation se propage de proche en proche, sans déplacement de matière le long de la corde. On dit qu'il y a propagation d'un ébranlement le long de la corde élastique.

Il s'agit d'un ébranlement transversal car les divers points de la corde mis en mouvement se déplacent perpendiculairement à la direction de la propagation

Un ébranlement transversal (par exemple provoqué par une légère secousse) pourrait aussi se propager à la surface d'un liquide enfermé dans un tube.

Il existe 3 lois fondamentales de la propagation d'un ébranlement transversal. Ces lois sont basées sur des constatations et expérimentations, justifiées par une mathématique que nous ne verrons pas ici.

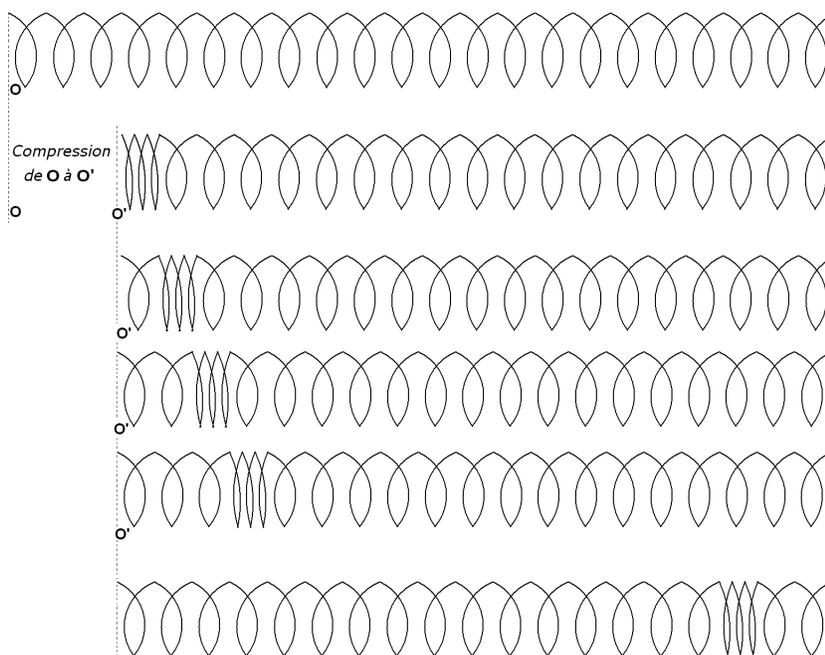


FIG. 6.3 – propagation d'un ébranlement longitudinal

1. L'ébranlement se propage à vitesse constante.

Ainsi, si l'ébranlement atteint les points M_1, M_2, M_3, \dots aux instants t_1, t_2, t_3, \dots , on a

$$\frac{|M_1 M_2|}{t_2 - t_1} = \frac{|M_2 M_3|}{t_3 - t_2} = \dots = c \text{ (constante)}$$

2. Au passage de l'ébranlement, chaque point reproduit le mouvement de la source.
3. Puisque la vitesse de propagation c est constante, le mouvement d'un point M situé à une distance x de la source O présente, par rapport au mouvement de O , un retard θ égal à x/c .

Propagation d'un ébranlement longitudinal

Bien entendu, les ondes ne sont pas toutes caractérisées par un mouvement perpendiculaire par rapport à la direction de propagation. Dans le cas d'un long ressort dont on comprime quelques spires avant de les relâcher, les spires comprimées reviennent à leur position d'équilibre tandis que les spires voisines se rapprochent et se relâchent tour à tour, de proche en proche. Il y a propagation de la compression. Ce phénomène est illustré à la figure 6.3.

De même, si on écarte des spires avant de les relâcher, on observera la propagation d'une dilatation.

Le passage de la perturbation (ici, dilatation ou compression) correspond à un petit déplacement des spires dans la même direction que la propagation.

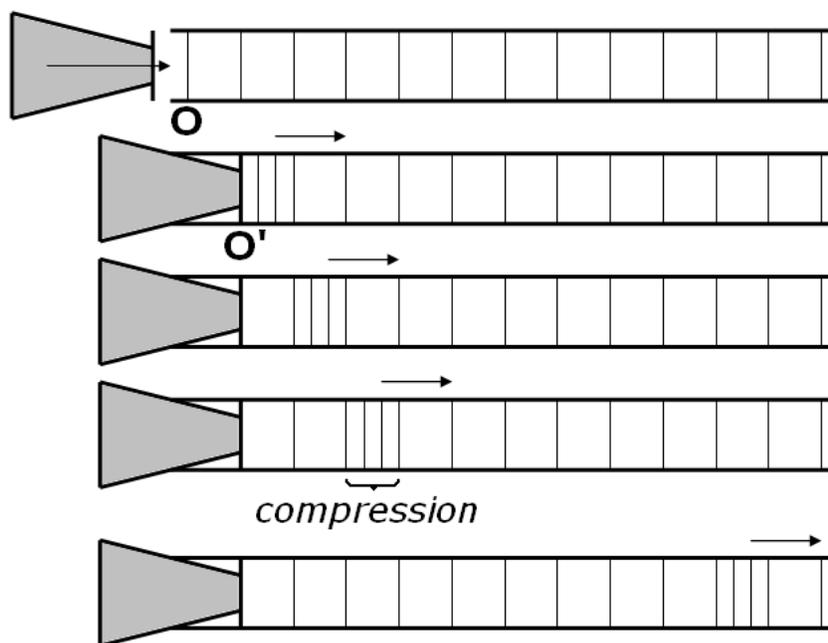


FIG. 6.4 – propagation d'un ébranlement longitudinal dans une colonne de gaz

De même, on peut comprendre le mécanisme de la propagation d'un ébranlement longitudinal (compression, dilatation) dans une masse gazeuse contenue dans un tube, par analogie avec le mécanisme de propagation le long d'un ressort.

L'équivalent de la spire dans le résonnement sera un petit élément Δm de la masse gazeuse.

Si on comprime (ou on dilate) un gaz à l'extrémité du tuyau, par exemple, en déplaçant brusquement une plaquette p de O en O' , la compression (dilatation) se propage le long de la colonne. Les éléments Δm du gaz subissent un petit déplacement longitudinal qui s'accompagne d'une faible augmentation (diminution) brusque et temporaire de la pression du gaz. Voir figure 6.4.

Un ébranlement longitudinal se propagerait de la même manière dans une colonne de liquide. Cependant, le liquide étant très peu compressible, la propagation de la compression se ferait beaucoup plus rapidement dans le liquide que dans le gaz. Le cas des solides est analogue à celui des liquides, c'est pourquoi on s'imagine souvent les indiens collant leur oreille sur un rail de chemin de fer pour déterminer si un train va passer bientôt.

Les lois de propagation d'un ébranlement longitudinal sont analogues à celles d'un ébranlement transversal.

1. La vitesse de propagation de l'ébranlement est constante.
2. Chaque élément du milieu où se propage l'ébranlement subit une perturbation identique à celle

produite initialement mais avec un retard θ égal au quotient x/c de la distance à la source par sa vitesse de propagation.

Une perturbation longitudinale est toujours accompagnée :

- d'un petit déplacement longitudinal de l'élément perturbé et
- d'une variation de la pression de cet élément.

Remarques sur les ébranlements

La propagation d'un ébranlement transversal ou longitudinal ne correspond jamais à un déplacement de matière et la vitesse c n'est donc pas la vitesse d'un corps en mouvement. C'est pourquoi on l'appelle « célérité ».

Les seuls mouvements de la matière sont de brefs déplacements des éléments du milieu au moment où l'ébranlement les atteint.

La propagation d'une perturbation s'accompagne d'un transfert d'énergie qui s'effectue à la célérité c . En effet, la déformation qui donne naissance à la perturbation correspond à un certain travail, donc à une certaine quantité d'énergie mécanique dans la partie déformée. Déformation et énergie mécanique se propagent à la même célérité c .

Cependant, un milieu réel n'étant ni parfaitement élastique, ni isolé, cette énergie se dissipe plus ou moins rapidement au cours de la propagation et il en résulte un amortissement de la perturbation, c'est-à-dire une diminution plus ou moins rapide de l'amplitude des élongations que prennent les éléments du milieu au passage de la perturbation.

Caractères de la célérité de propagation des ébranlements

1. La célérité c de propagation ne dépend pas de la forme, ni de l'amplitude de l'ébranlement (à condition que la déformation qu'il cause ne soit pas trop importante).
2. La célérité de la propagation dépend de la nature et de l'état du milieu de propagation.

En particulier, la célérité d'un ébranlement transversal le long d'une corde sans raideur (corde qui, lorsqu'elle n'est pas tendue, ne résiste pas à la déformation et conserve la forme qu'on lui donne) est donnée par

$$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

où F est la tension sur la corde (exprimée en Newton) et μ est la masse linéaire (masse par unité de longueur, exprimée en kg/m).

Dans un gaz, la célérité de propagation est de l'ordre de quelques centaines de m/s .

3. Dans un même milieu, les ébranlements transversaux se propagent moins vite que les longitudinaux.
4. La propagation d'un ébranlement dépend de l'élasticité du milieu : les points écartés de leur position d'équilibre par l'ébranlement y reviennent d'eux-mêmes tout en transmettant l'ébranlement aux points voisins.

Le comportement élastique des fluides est différent de celui des solides. Ces derniers résistent aux variations de forme et de volume, tandis que les fluides ne résistent qu'aux changements de volumes.

Par conséquent, les solides sont capables de transmettre des ébranlements longitudinaux et transversaux.

Les fluides ne peuvent propager que des ébranlements longitudinaux¹.

6.2.2 Propagation d'une onde sinusoïdale transversale

Longueur d'onde

Soit T la période du mouvement sinusoïdal communiqué à la source O , extrémité d'une corde. Pour comprendre comment la corde se déforme progressivement, on peut la représenter à différents instants.

À l'instant $t = 0$, tous les points de la corde sont au repos et la source commence à vibrer.

À l'instant $t = T$, le front de l'ébranlement atteint le point O' situé à la distance $\lambda = c T$ de la source O , vu que O' reproduit le mouvement de O avec un retard de T . Tous les points situés entre O et O' ont des élongations qui reproduisent celles prises successivement par O entre les instants $t = 0$ et $t = T$.

Un raisonnement similaire nous permet de trouver la forme de la corde pour t valant $T/4$, $T/2$, $3T/4$, T , $5T/4$, $3T/2$, $7T/4$, $2T$, etc. Chaque point de la corde s'anime successivement d'un mouvement qui reproduit celui de la source O avec un retard égal au temps que met le front du premier ébranlement pour atteindre ce point.

À l'instant $t = T$, la source repasse par le même état qu'au temps $t = 0$. Le front de l'ébranlement atteint le point O' , situé à une distance λ de O en un temps T . Cette distance parcourue par la déformation est la *longueur d'onde* λ .

On a

$$\lambda = c T = c/\nu$$

On voit que la longueur d'onde λ , qui caractérise la propagation de la vibration, dépend à la fois de la période T (ou de ν) qui caractérise la vibration seule et de la célérité c qui est une caractéristique du

¹En réalité, des ébranlements transversaux peuvent se propager à la surface libre d'un liquide, car une telle surface a des propriétés particulières et se comporte comme une membrane élastique tendue.

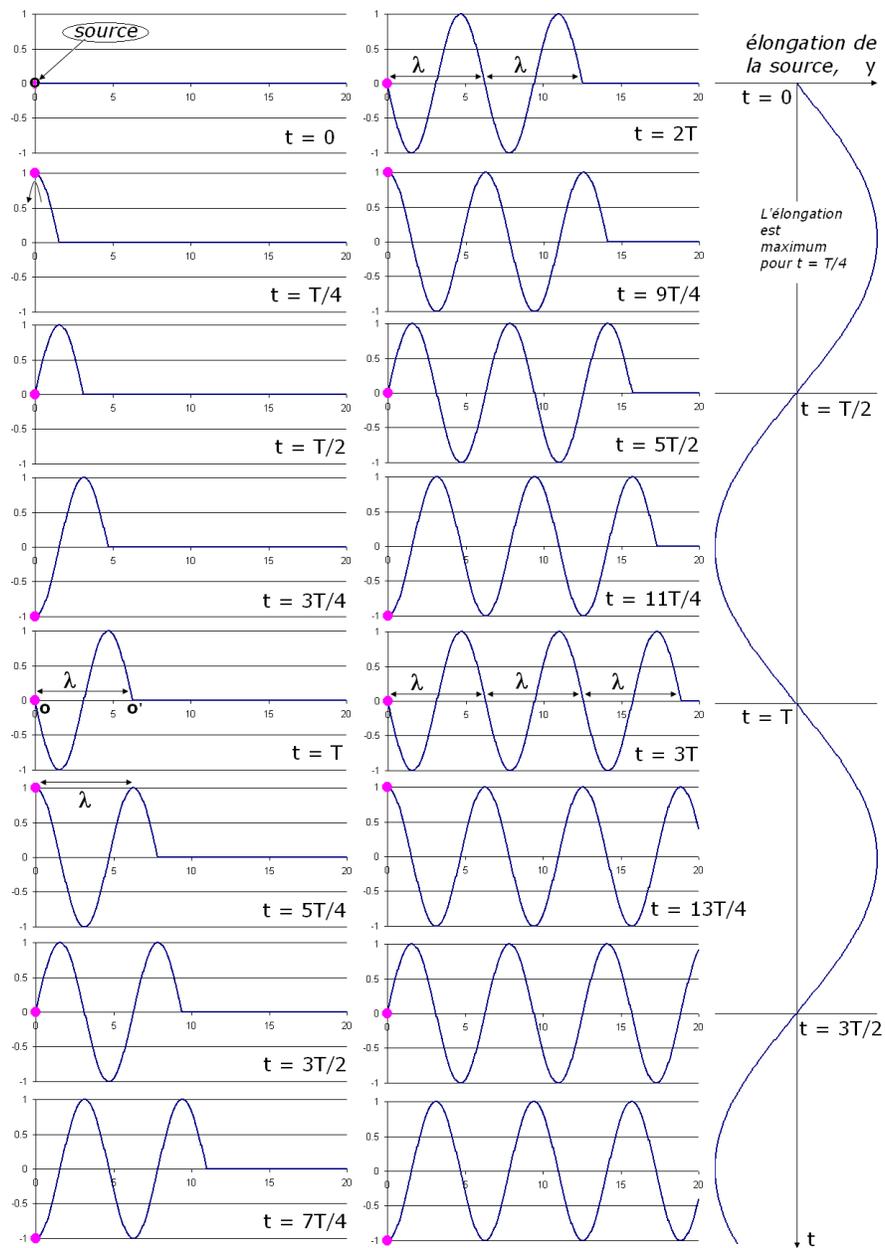


FIG. 6.5 – propagation d'une vibration transversale sinusoïdale

milieu de propagation.

Remarquons que lorsque la propagation transversale a lieu à la surface d'un liquide, la vitesse de propagation (célérité c) dépend non seulement de la nature du liquide, mais aussi de la fréquence ν de l'onde.

Expression mathématique de l'onde

En choisissant l'instant zéro tel que $t_0 = 0$, nous avons que l'élongation y de la source O obéit à l'équation $y(t) = A \sin \frac{2\pi t}{T}$. Autrement dit, avec $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$, exprimé en s^{-1} ,

$$y(t) = A \sin \omega t$$

En choisissant l'origine du déplacement comme étant le point O tel que $x_0 = 0$, le point O' , situé à une distance λ de O , vibre avec un retard de λ par rapport à la source. En considérant momentanément le temps comme constant, on a donc que $y(x) = A \sin \frac{2\pi x}{\lambda}$. Autrement dit, avec $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, exprimé en m^{-1} ,

$$y(x) = A \sin k x$$

Ayant choisi l'origine du temps et du déplacement, nous pouvons constater qu'un point O'' quelconque situé sur la courbe, vibre avec un retard de $t_r = x_r/c$ secondes par rapport à la source O . L'élongation de O'' à un instant t est celle qu'avait O à l'instant $(t - t_r)$. Elle vaut donc

$$y_{O''}(t) = A \sin \omega(t - t_r)$$

Or, étant donné que $\omega t_r = \frac{2\pi}{T} \frac{x_r}{c}$, nous avons

$$y(x_r, t) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_r}{cT} \right)$$

Puisque $\lambda = cT$, on a, pour x quelconque,

$$y(x, t) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Donc, avec $\omega = \frac{2\pi}{T}$ et $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, on a finalement

$$y(x, t) = A \sin (\omega t - k x)$$

La célérité $c = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\pi}{T} \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\omega}{k}$ représente la vitesse de l'information transmise par l'onde (à ne pas confondre avec la vitesse d'un point matériel se trouvant sur la corde et mis en mouvement par l'onde).

Equation horaire

Pour un point O' fixé sur la courbe, $x_{O'}$ est déterminé par l'abscisse de ce point O' et, dans ces conditions, l'élongation $y_{O'}$ de ce point est une fonction sinusoïdale du temps seul.

La fonction $y_{O'} = A \sin(\omega t - \phi_{O'})$, avec $\phi_{O'} = \frac{2\pi x_{O'}}{\lambda}$, est l'équation horaire de l'onde. La sinusoïde qui la représente est la sinusoïde des temps.

Elle se déduit de la sinusoïde représentative du mouvement de la source O par une translation $O\vec{O}'$ correspondant à $\phi = 2\pi \frac{x_{O'}}{\lambda} = k x_{O'} = \omega \frac{x_{O'}}{c}$

Le mouvement de chaque point (x, y) de la corde est un mouvement vibratoire sinusoïdal de même période T que la source. On a finalement

$$y = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{c} \right)$$

Equation de position

Pour un instant t' fixé, l'élongation y d'un point (x, y) de la corde dépend seulement de son abscisse x .

La fonction $y = A \sin(\theta - k x) = -A \sin(k x - \theta)$, avec $\theta = \omega t' = k c t$, est l'équation horaire de l'onde. La sinusoïde qui la représente est la sinusoïde des espaces. C'est la courbe que nous obtiendrions en photographiant la corde à un instant t donné.

Le mouvement de chaque point (x, y) de la corde est un mouvement vibratoire sinusoïdal de période λ . On a finalement

$$y = -A \sin k(x - c t)$$

Relation entre T , ν , λ , c , ω et k

Une onde sinusoïdale (ou harmonique) est donc une onde monochromatique (une seule fréquence) dont l'expression est donnée dans notre cas par :

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - k x)$$

La propriété essentielle de cette onde est sa double périodicité, spatiale et temporelle :

$$y\left(x, t + \frac{2\pi}{\omega}\right) = y\left(x + \frac{2\pi}{\lambda}, t\right) = y(x, t)$$

On définit alors les quantités suivantes :

- La fréquence de l'onde $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ (ω est appelé pulsation)
- La longueur d'onde $\lambda = \frac{c}{\nu}$
- Le nombre d'onde $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

On peut donc écrire : $c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu = \frac{\omega}{k}$

À trois dimensions, le nombre d'onde k est remplacé par le vecteur d'onde $\vec{k} \equiv (k_x, k_y, k_z)$, dont le sens est celui de la propagation de l'onde. On a donc $y(\vec{x}, t) = A \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x})$.

onde sinusoïdale progressive

Il existe une sinusoïde des espaces pour chaque valeur de t . Toutes ces sinusoïdes ont la même amplitude A et la même période λ . Elles ont donc la même forme et elles sont de ce fait les aspects instantanés d'une même sinusoïde qui se déplace le long de l'axe Ox sans se déformer, avec une vitesse constante c

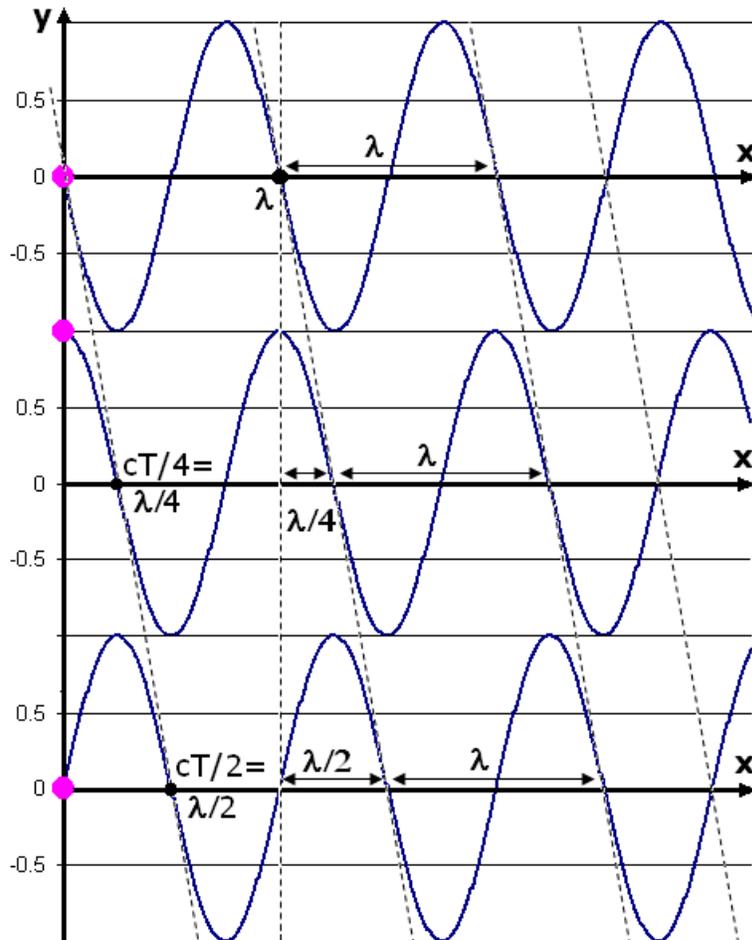
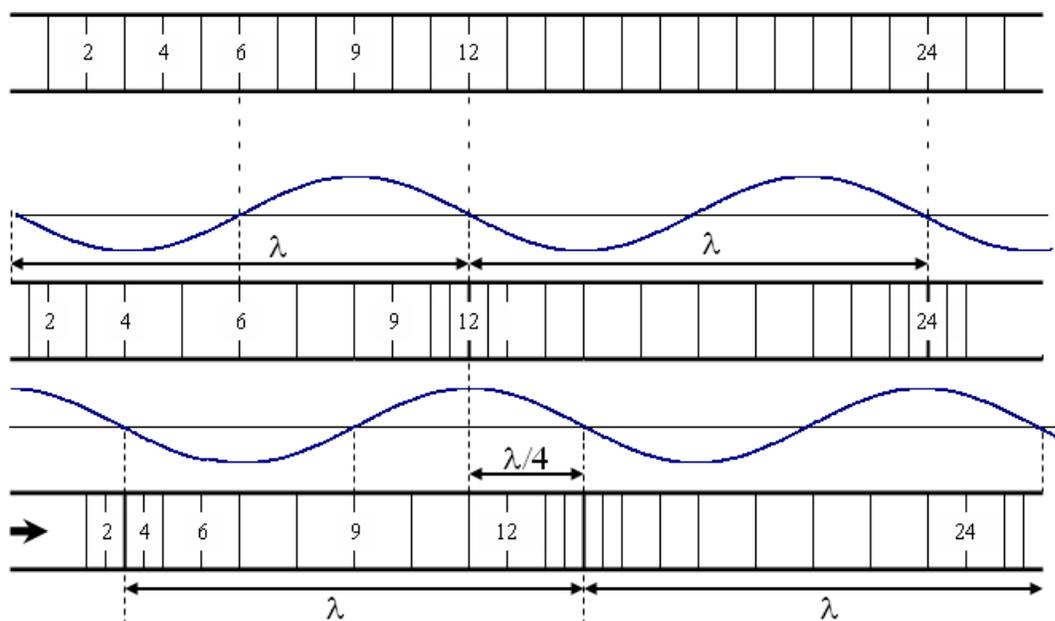


FIG. 6.6 – Graphique de l'onde progressive sinusoïdale transversale pour $t = nT$, $nT + T/4$ et $nT + T/2$

égale à la célérité caractéristique de la corde. On dira, pour résumer, que la vibration de la source fait naître sur la corde, une onde progressive sinusoïdale de période temporelle $T = \frac{1}{\nu}$, de période spatiale λ et de célérité $c : \lambda \nu$.

L'équation d'onde $y = A \sin 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$ donne (voir figure 6.6),

1. pour $t = nT$: $y = -A \sin \frac{2\pi x}{\lambda}$
2. pour $t = nT + T/4$: $y = A \cos \frac{2\pi x}{\lambda}$
3. pour $t = nT + T/2$: $y = A \sin \frac{2\pi x}{\lambda}$


 FIG. 6.7 – Graphique de l'onde progressive sinusoïdale longitudinale pour $t = nT$ et $nT + T/4$

6.2.3 Propagation d'une onde sinusoïdale longitudinale

Le long d'un ressort

Soit un ressort dont la première spire O est animée d'un mouvement sinusoïdal longitudinal $y = A \sin \omega t$.

Les lois de la propagation des vibrations longitudinales et transversales sont analogues et les résultats précédents restent valables. En particulier, l'élongation y à l'instant t d'une spire d'abscisse x est donnée par

$$y = A \sin(\omega t - k x)$$

La seule différence par rapport au cas transversal est que la sinusoïde des espaces ne représente plus une photographie instantannée du milieu de propagation. L'équation de position $y = -A \sin(k(x - c t))$ permet cependant de trouver la position des spires du ressort à l'instant t considéré. Il suffit pour cela de rabattre sur Ox les élongations qu'elle fournit en convenant de porter, par exemple, les élongations positives vers la droite et les élongations négatives vers la gauche.

L'équation d'onde $y = A \sin 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$ donne (voir figure 6.7),

1. pour $t = 0$: $y = -A \sin \frac{2\pi x}{\lambda}$
2. pour $t = nT$: $y = -A \sin \frac{2\pi x}{\lambda}$
3. pour $t = nT + T/4$: $y = A \cos \frac{2\pi x}{\lambda}$

Comme pour l'étude de la propagation des ondes transversales, on retrouve
 – la périodicité dans l'espace des élongations avec une période $\lambda = c T$,

- la progression vers la droite d'une onde longitudinale formée de parties comprimées alternant avec des parties dilatées. La célérité de propagation de l'onde longitudinale progressive est c .

De plus, on observe que les maxima de compression ou de dilatation correspondent aux spires dont l'élongation est nulle à l'instant considéré.

Dans la colonne gazeuse d'un tuyau

L'étude est analogue à celle de la propagation longitudinale dans un ressort. La source est, par exemple, une plaquette O animée d'un mouvement vibratoire sinusoïdal de direction parallèle à l'axe du tuyau.

Le schéma précédent est encore valable si l'on admet que les traits vverticaux représentent des tranches gazeuses équidistantes au repos.

6.2.4 Ondes sphériques et ondes planes

L'onde plane est un concept issu de la physique de la propagation des ondes. C'est une onde dont les fronts d'onde sont des plans infinis, tous perpendiculaires à une même direction de propagation désignée par le vecteur $\vec{1}_n$ normal à ces surfaces (voir figure 6.8).

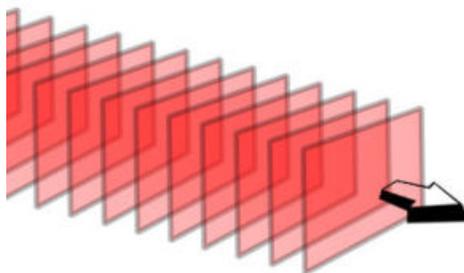


FIG. 6.8 – Représentation d'une onde plane. Les plans correspondent aux fronts d'ondes qui doivent être imaginés infinis.

Une onde est monochromatique lorsqu'elle ne contient qu'une couleur (par exemple, s'il s'agit d'un rayonnement composé de photons, ceux-ci auront tous la même fréquence ν).

Ce type d'onde est particulièrement utile en physique car il est simple à utiliser et est une bonne approximation de nombreuses ondes. Cependant il n'existe pas rigoureusement d'ondes planes purement monochromatiques dans la nature car celles-ci ont une énergie infinie, ce qui est impossible.

Quand un point O d'un milieu élastique homogène et isotope vibre, toutes les particules situées à égale distance du point O vibrent avec la même phase. On dit que ces particules ont des mouvements en phase. Spatialement, les particules en concordance de phase se trouvent sur la surface de sphères appelées conventionnellement fronts d'ondes. Dans l'exemple envisagé, les fronts d'ondes sont sphériques et on dira

que l'onde est sphérique.

Quand les fronts d'ondes sont planes, on parlera d'ondes planes.

En pratique, à une distance suffisamment grande, on peut considérer l'onde sphérique comme une onde plane (voir figure 6.9).

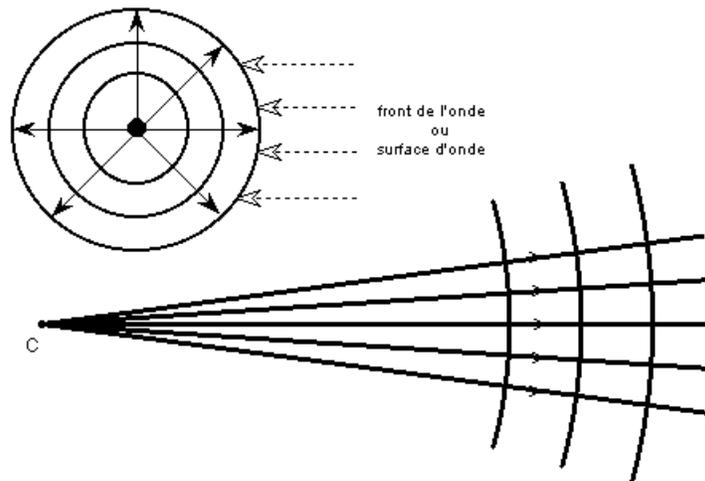


FIG. 6.9 – Représentation d'une onde sphérique

Remarquons qu'à 2 dimensions, nous parlerons plutôt d'ondes circulaires.

6.3 Propriétés générales des ondes

6.3.1 Principe de Huygens

Le principe de Huygens s'énonce comme suit :

Toute particule participant au mouvement vibratoire d'un milieu peut être considérée comme une nouvelle source de vibrations.

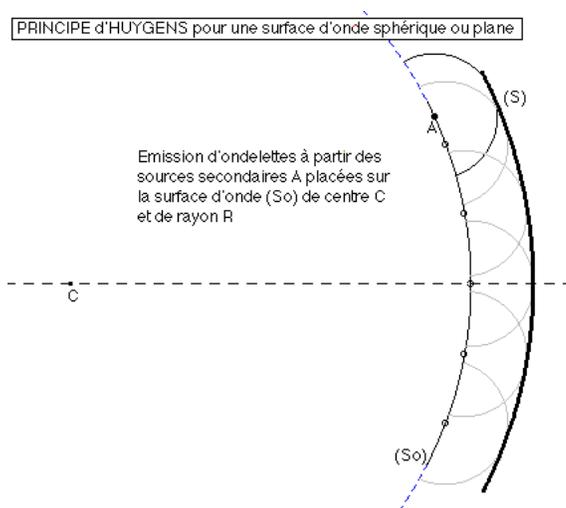


FIG. 6.10 – Onde sphérique de source C . Principe d'Huygens : ondelettes.

Par conséquent, si l'on dispose d'un diaphragme d'ouverture A verticale et étroite sur le trajet d'ondes transversales, circulaires ou planes, entretenues à la surface d'un liquide, on constate que, de l'autre côté de l'obstacle, les ondes se propagent à partir de l'ouverture A .

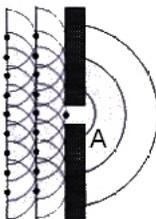


FIG. 6.11 – Diffraction d'une onde à travers une ouverture A . L'ouverture A se comporte comme un nouvelle source de vibration de même amplitude et de même fréquence que la source à l'origine.

A se présente comme un nouveau centre de vibration et ce, quel que soit l'endroit où l'on place l'obstacle. (voir 6.11)

6.3.2 Diffraction des ondes

Si l'on place un obstacle sur le trajet d'ondes circulaires, celles-ci semblent contourner l'obstacle.

Cette propriété s'interprète par le principe de Huygens :

Le bord d'un obstacle devient un nouveau centre de vibration.

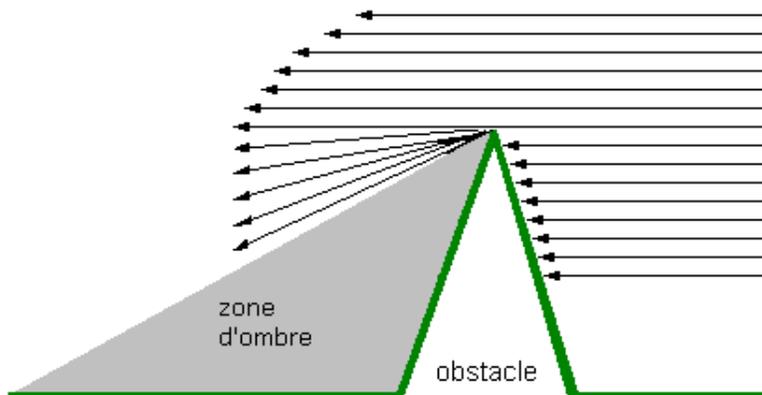


FIG. 6.12 – Diffraction d'une onde vis-à-vis d'un obstacle. L'onde se comporte comme si elle contournerait l'obstacle.

6.3.3 Réflexion des ondes planes

Une lame vibrant à la surface d'un liquide donne naissance à des ondes planes à 2 dimensions. Si l'on place, sur leur trajet, un obstacle plan vertical, les ondes planes sont réfléchies en gardant la même inclinaison sur l'obstacle (voir 6.13).

On peut démontrer que

Avant et après réflexion, l'onde plane présente la même inclinaison sur le plan de réflexion.

Et on a donc

$$\theta_i = \theta_r$$

ce qui est identique à la loi de réflexion obtenue en optique.

6.3.4 Réfraction des ondes planes

La réfraction se produit lors du passage d'une onde d'un milieu 1 vers un milieu 2 dans lequel la célérité c est différente ($c_1 \neq c_2$, voir 6.13).

Si l'on crée des ondes planes dans le milieu 1, leur direction de propagation est modifiée dans le milieu 2, ce qui est identique à la loi de réfraction obtenue en optique.

On peut démontrer que

Selon que la célérité de propagation de l'onde est plus grande ou plus petite dans le 1^{er} milieu que dans le 2^{eme} milieu, l'angle d'inclinaison du front de l'onde sur la surface de séparation de 2 milieux diminue ou augmente.

On a

$$c_1 n_1 = c_2 n_2$$

où $n_1 = \frac{c}{c_1}$, $n_2 = \frac{c}{c_2}$ sont les indices absolus des milieux 1 et 2. c est la célérité de l'onde dans le vide.

On peut aussi écrire

$$n_{21} = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

où n_{21} est l'indice de réfraction du milieu 2 par rapport au milieu 1.

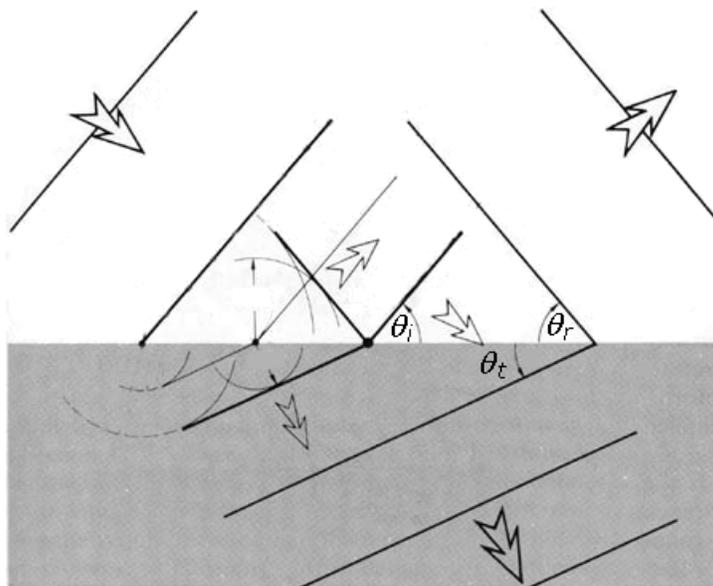


FIG. 6.13 – Illustration du principe de réflexion et de réfraction : θ_i est l'angle formé par l'onde incidente, θ_r est l'angle formé par l'onde réfléchie et θ_t est l'angle formé par l'onde transmise (réfractée).

6.3.5 Interférences à la surface d'un liquide

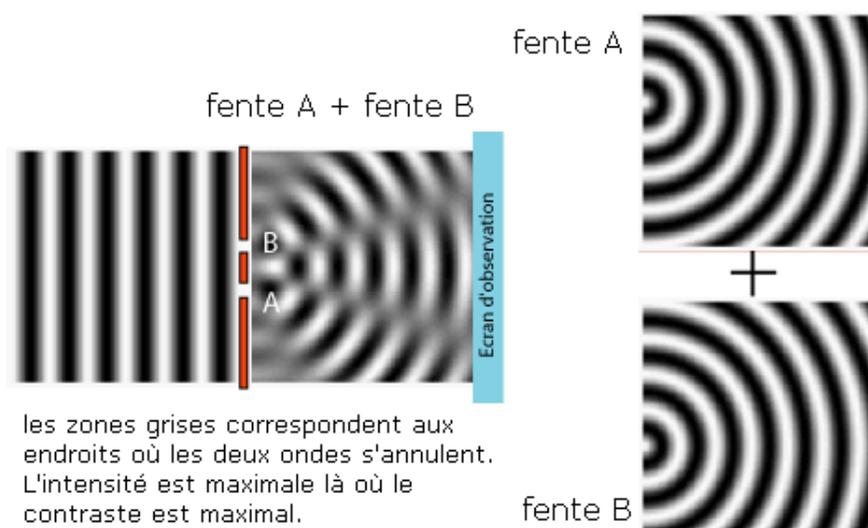


FIG. 6.14 – Lignes d'interférences pour deux sources A et B . Nous pouvons clairement distinguer deux demi hyperboles dont les foyers sont les sources A et B .

On a 2 sources S_1 et S_2 simultanées auxquelles correspondent les équations horaires :

$$y_1(t) = a \sin(\omega t + \phi_1) \quad \text{et} \quad y_2(t) = a \sin(\omega t + \phi_2)$$

On cherche l'équation horaire

$$y(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

d'un point P situé à une distance x_1 de la source 1 et situé à une distance x_2 de la source 2, sachant que ce point sera soumis à la vibration induite par les deux sources simultanément. On a

$$y = y_1 + y_2 = a \sin(\omega t + \phi_1) + a \sin(\omega t + \phi_2) = a(\sin(\omega t + \phi_1) + \sin(\omega t + \phi_2))$$

Posons $p = \omega t + \phi_1$ et $q = \omega t + \phi_2$. Nous obtenons dès lors, en appliquant une des formules de Simpson $\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$,

$$y = a \left(2 \sin \frac{\omega t - \phi_1 + \omega t - \phi_2}{2} \cos \frac{\omega t - \phi_1 + \omega t - \phi_2}{2} \right) = 2 a \cos \frac{\phi_1 - \phi_2}{2} \sin \left(\omega t + \frac{\phi_1 + \phi_2}{2} \right)$$

Nous pouvons donc déduire de ce qui précède que le point P vibrera selon $y(t) = A \sin(\omega t + \phi)$, avec

$$A = 2 a \cos \frac{\phi_1 - \phi_2}{2} \quad \text{et} \quad \phi = \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}$$

Points d'amplitude maximum

Il s'agit de ventres.

L'amplitude A d'un point P est maximale lorsque $2 a \cos \frac{\phi_1 - \phi_2}{2}$ est maximal, donc, lorsque le cosinus vaut ± 1 .

Donc, avec $n \in \mathbb{Z}$,

$$\begin{aligned} \frac{\phi_1 - \phi_2}{2} &= n \pi \\ \Leftrightarrow \frac{-k x_1 + k x_2}{2} &= n \pi \\ \Leftrightarrow 2 \pi \frac{x_2 - x_1}{2 \lambda} &= n \pi \\ \Leftrightarrow x_2 - x_1 &= n \lambda \end{aligned}$$

Il s'agit de la définition du lieu géométrique d'une hyperbole : Soient F et F' deux points distincts du plan. On appelle hyperbole de foyers F et F' l'ensemble des points P du plan vérifiant la propriété suivante :

$$|d(P, F) - d(P, F')| = 2a \quad \text{avec } a \in \mathbb{R}$$

Le lieu des points d'amplitude maximum est donc une famille d'hyperboles fixes, de foyers S_1 et S_2 , sources des vibrations. Les hyperboles sont définies par

$$\boxed{x_2 - x_1 = n \lambda}$$

où x_1 représente la distance du point P à la source S_1 et x_2 représente la distance du point P à la source S_2 .

Le cas particulier $n = 0$ correspond à la droite passant par la médiatrice du segment $[S_1, S_2]$.

Les vibrations composant la vibration en cet ensemble de points sont constamment en concordance de phase.

Points d'amplitude nulle (points immobiles)

Il s'agit de noeuds.

L'amplitude A d'un point P est minimale lorsque $2 a \cos \frac{\phi_1 - \phi_2}{2}$ est minimal, donc, lorsque le cosinus vaut 0.

Donc, avec $n \in \mathbb{Z}$,

$$\begin{aligned} \frac{\phi_1 - \phi_2}{2} &= \frac{2n+1}{2} \pi \\ \Leftrightarrow \frac{-k x_1 + k x_2}{2} &= \frac{2n+1}{2} \pi \\ \Leftrightarrow 2 \pi \frac{x_2 - x_1}{2 \lambda} &= \frac{2n+1}{2} \pi \\ \Leftrightarrow x_2 - x_1 &= \frac{2n+1}{2} \lambda \end{aligned}$$

Il s'agit aussi de la définition du lieu géométrique d'une hyperbole.

Le lieu des points d'amplitude nulle est donc une famille d'hyperboles fixes, de foyers S_1 et S_2 , sources des vibrations. Les hyperboles sont définies par

$$x_2 - x_1 = \frac{2n+1}{2} \lambda$$

où x_1 représente la distance du point P à la source S_1 et x_2 représente la distance du point P à la source S_2 .

Les vibrations composant la vibration en cet ensemble de points sont constamment en opposition de phase.

Construction des lignes d'interférences

Les hyperboles de mouvement maximum passent par les intersections des cercles de même nature, celles du mouvement nul passent par les intersections des cercles de natures différentes. Ces cercles ont des rayons respectivement égaux à $n\lambda$ et $\frac{2n'+1}{2}\lambda$.

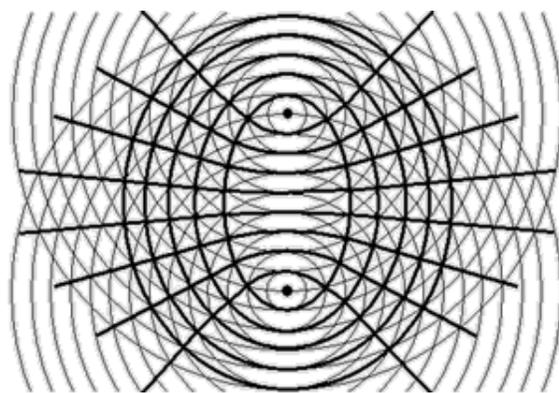


FIG. 6.15 – Lignes d'interférences pour deux sources. Nous pouvons distinguer les hyperboles dont les foyers sont les 2 sources.

6.3.6 Ondes stationnaires

Une onde stationnaire est le phénomène résultant de la propagation simultanée dans des directions différentes de plusieurs ondes de même fréquence, dans le même milieu physique, qui forme une figure

dont certains éléments sont fixes dans le temps. Au lieu d'y voir une onde qui se propage, on constate une vibration stationnaire mais d'intensité différente, en chaque point observé. les points fixes caractéristiques sont appelés des noeuds de vibration.

Les milieux affectés par des ondes stationnaires peuvent être à une, deux ou trois dimensions; voici quelques exemples :

- une dimension
 - corde vibrante
 - tuyau sonore (en première approximation, d'autant meilleure que son diamètre est plus faible)
 - fibre optique
- deux dimensions :
 - table d'harmonie des instruments de musique
 - surface d'un plan d'eau ou d'un réservoir de mercure
- trois dimensions
 - volume intérieur d'une église (vis-à-vis du son de l'orgue)
 - espace affecté par des interférences lumineuses

Selon le point observé, les vibrations produites par les différentes ondes s'additionnent ou se compensent de manière partielle ou totale, ce qui provoque à des emplacements définis et fixes leur neutralisation mutuelle (endroits appelés « noeuds » : les vibrations disparaissent) ou leur addition (endroits appelés « ventres » : les vibrations sont amplifiées et maximales). La distance séparant un ventre du noeud le plus proche égale le quart de la longueur d'onde.

Les ondes stationnaires peuvent affecter tous les phénomènes vibratoires : mécaniques, sonores, optiques, électromagnétiques, etc.

Les ondes stationnaires peuvent être mises en évidence de nombreuses façons : cordes vibrantes, interférences sonores ou lumineuses, etc.

Une corde tendue est parcourue par deux vibrations de même fréquence ν , mais de sens opposé. On a

$$\begin{aligned}
 y &= a \sin(\omega t + k x) + a \sin(\omega t - k x) \\
 &= 2 a \sin\left(\frac{\omega t + k x + \omega t - k x}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega t + k x - \omega t + k x}{2}\right) \\
 &= 2 a \sin\frac{2\omega t}{2} \cos\frac{2kx}{2} \\
 &= 2 a \cos 2\pi\frac{x}{\lambda} \sin \omega t
 \end{aligned}$$

Etant donné que l'amplitude du mouvement sera maximum si $\cos 2\pi\frac{x}{\lambda} = \pm 1$, nous aurons un ventre à la position $2\pi\frac{x}{\lambda} = n\pi$, avec $n \in \mathbb{Z}$.

Donc, en accord avec ce qu'il a été dit plus haut, la position des ventres nous sera donné par

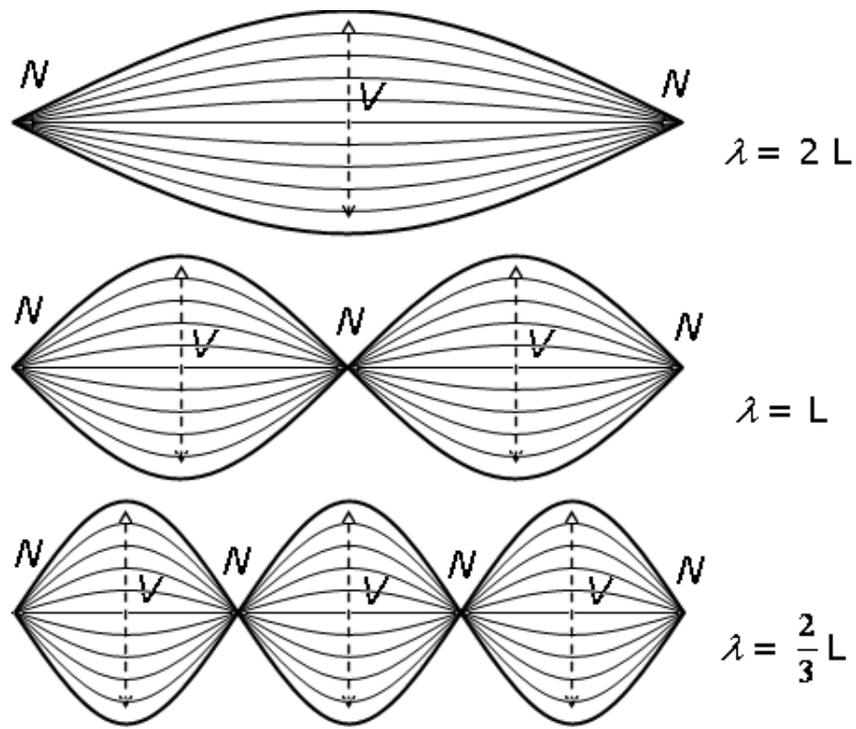


FIG. 6.16 – Illustration d'ondes stationnaires sur une corde tendue. Le nombre de noeuds et de ventres sera déterminé, pour une longueur d'onde donnée, par la longueur de la corde.

$$x = n \frac{\lambda}{2}$$

et, la position des noeuds par

$$x = \frac{2n + 1}{2} \frac{\lambda}{2}$$

Troisième partie

Optique physique

Chapitre 7

Nature de la lumière

Les observations astronomiques ont été réalisées depuis que l'homme existe : on aperçut des lumières dans le ciel : le Soleil, la Lune, des étoiles au firmament, des étoiles filantes... et l'on se rendit compte que cela gouvernait le cycle des journées (alternance jour / nuit), et le cycle des saisons (durée du jour tout au long de l'année). Le feu produisait également de la lumière.

Dans l'Antiquité, on observa les cycles astronomiques, et l'on comprit les cycles provenant de la Lune (semaine). Dans la Grèce Antique, les philosophes de l'École de Milet croyaient encore que la Terre était plate, mais à partir de Parménide, philosophe présocratique, on admit que la Terre était sphérique. Cependant, dans certains livres d'Aristote, que l'on appela ultérieurement, au XIII^e siècle environ, métaphysique (méta = au-delà, donc ce qui est au-delà de la physis, qui signifie nature en grec ancien), les théories astronomiques partageaient le monde en un monde sublunaire, imparfait, et un monde supralunaire supposé être parfait. Dans cette représentation, le feu (Soleil) était l'un des quatre éléments fondamentaux, puisque l'on se rendit compte que la combustion produisait une lumière comparable au phénomène observé en provenance du Soleil ou des étoiles. La Terre était au centre de l'univers (géocentrisme), représentation que reprit Ptolémée au II^e siècle.

C'est ainsi que, dans la Grèce antique, l'une des civilisations les plus évoluées de l'Antiquité, on se représentait le monde. Il faut évidemment rappeler que les Grecs de l'Antiquité, pas plus Platon qu'Aristote qui lui était postérieur, puisqu'il fut élève de Platon, ne disposaient des apports techniques du XVII^e siècle, et a fortiori de notre époque. Seul l'astronome Aristarque de Samos, un peu postérieur à nos deux grands philosophes grecs, comprit que la Terre tournait autour du Soleil (héliocentrisme).

L'astronomie moderne apparaît lorsque Galilée, après l'invention de la lunette d'approche (probablement au début du XVII^e siècle par les Hollandais), en améliore les performances pour l'utiliser en astronomie (voir lunette astronomique). Il découvre des phénomènes qui n'étaient pas prévus par les théories existantes (taches solaires, montagnes sur la Lune, anneaux de Saturne, ...). Assez rapidement, on développe des télescopes, qui confirment les mouvements respectifs de la Terre et du Soleil, qui ne pouvaient s'expliquer, en grande partie, qu'avec des formulations mathématiques :

- trajectoires : lois de Kepler,
- mouvements : Galilée et le mouvement uniformément accéléré,
- forces : Newton et la force de gravitation.

Ces théories héliocentriques bouleversent la représentation du monde au XVIII^e siècle, car les notions de mouvement et de force étaient habituellement auparavant employées avec un sens éthique.

En 1670, Ole Christensen Romer mesure indirectement la vitesse de la lumière en observant les décalages de l'orbite de Io par rapport aux prévisions. Plus tard en 1849, Hippolyte Fizeau mesure directement la vitesse de la lumière avec un faisceau réfléchi par une roue dentée réfléchissante.

7.1 Théorie corpusculaire

Descartes (1596 - 1650), Newton (1642 - 1727), Laplace (1749 - 1827), ... considéraient la lumière comme un ensemble de corpuscules émis par la source lumineuse et se propageant à très grande vitesse.

Ces corpuscules, en frappant la rétine, l'impressionnaient et déterminaient les sensations visuelles.

La première image que l'on a du photon est donc la « bille de lumière », la lumière serait composée de grains qui voyageraient à 299 792 458 m/s (Vitesse de la lumière¹).

Cette théorie corpusculaire de la lumière permet à Newton d'expliquer la propagation en ligne droite dans un milieu homogène, la réflexion, la réfraction, et la dispersion. La réfraction étant interprétée par des variations de vitesse de propagation selon la nature du milieu et la dispersion par l'existence de rayons « hétérogènes » (lumière blanche) et « homogènes » (lumière monochromatique).

L'optique géométrique est l'étude des différents phénomènes explicables par la théorie corpusculaire. Ce modèle fut admis universellement jusqu'à la fin du XVII^e siècle.

Dans ce modèle, adapté aux connaissances actuelles (en radioprotection ou en dosimétrie par exemple), un flux d'énergie lumineuse donné est décomposé en billes dont l'énergie dépend de la longueur d'onde λ et vaut $h\nu$, où h la constante de Planck et ν est la fréquence, liée à la longueur d'onde par la relation $c = \lambda\nu$. Ainsi, pour une lumière monochromatique (c'est-à-dire dont le spectre se résume à une seule longueur d'onde), le flux d'énergie est composé en beaucoup de « petites » billes si la longueur d'onde est grande (du côté du rouge), ou de peu de « grosses » billes si la longueur d'onde est petite (du côté du bleu). Les qualificatifs « petit » et « gros » ne sont pas relatifs à la taille des billes, mais à la quantité d'énergie qu'elles comportent.

Si la lumière est composée de plusieurs longueurs d'onde, alors le flux d'énergie se compose de billes de « grosseurs » diverses.

Cette vision, simpliste selon les normes actuelles, ne permet pas d'expliquer correctement toutes les propriétés de la lumière, y compris certains phénomènes lumineux découverts à la même époque.

¹En général, nous utiliserons la vitesse de la lumière $c = 3.10^8$ m/s dans le vide

7.2 Théorie ondulatoire

Si l'on interpose un diaphragme de très faible ouverture entre une source lumineuse ponctuelle et un écran, on devrait, d'après la théorie corpusculaire, observer sur cet écran une zone d'ombre et une zone éclairée.

En réalité, on observe une succession de bandes parallèles alternativement claires et foncées auxquelles on donne le nom de franges de diffraction (voir figure 7.1).

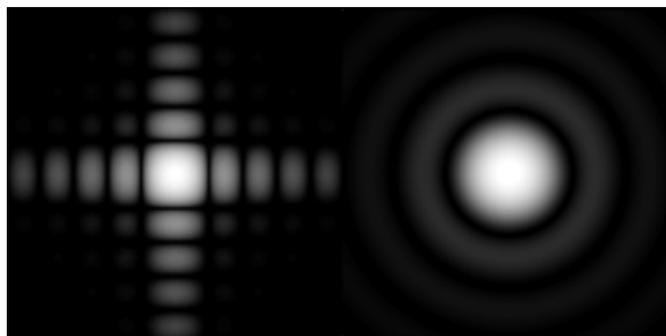


FIG. 7.1 – Expérience de Huygens : écran d'observation. À gauche, l'expérience est pratiquée avec une ouverture rectangulaire. À droite, l'expérience est pratiquée avec une ouverture circulaire

Cette expérience amena Huygens (1629 - 1695) à considérer la lumière comme étant due à un mouvement vibratoire se propageant à partir de la source lumineuse et obéissant aux mêmes lois que les ondes matérielles, en particulier au principe de Huygens : les bords de la fente deviennent de nouveaux centres de vibrations desquels sont issues des ondes lumineuses dont la superposition provoque les franges de diffraction.

L'hypothèse émise par Huygens, radicalement à l'encontre des conceptions de l'époque, ne fut pas retenue. Newton la combattit jusqu'à ce qu'un siècle plus tard, Young tenta d'interpréter l'expérience suivante : une source ponctuelle de lumière monochromatique éclaire un diaphragme percé de deux fentes F et F' très rapprochées qui joueront le rôle de deux sources monochromatiques.

En 1801, Thomas Young observe, sur un écran, une succession de bandes claires et obscures qui sont appelées franges d'interférence. Il expérimente donc la diffraction et les interférences de la lumière, mais il faudra attendre près d'un siècle pour que James Clerk Maxwell explique ce phénomène : les franges d'interférences proviennent de la superposition des ondes issues de F et F' .

Young ébauche également l'interprétation des phénomènes de polarisation à partir de l'hypothèse de la transversalité des ondes lumineuses.

Une théorie très complète et toujours valable est élaborée au début du XIX^e siècle par François Fresnel (1788 - 1827). Il reste en effet à déterminer la nature du support des ondes. Fresnel imagine un « vecteur lumineux » qui est, en un point d'un rayon lumineux, l'élongation d'une particule d'éther, milieu

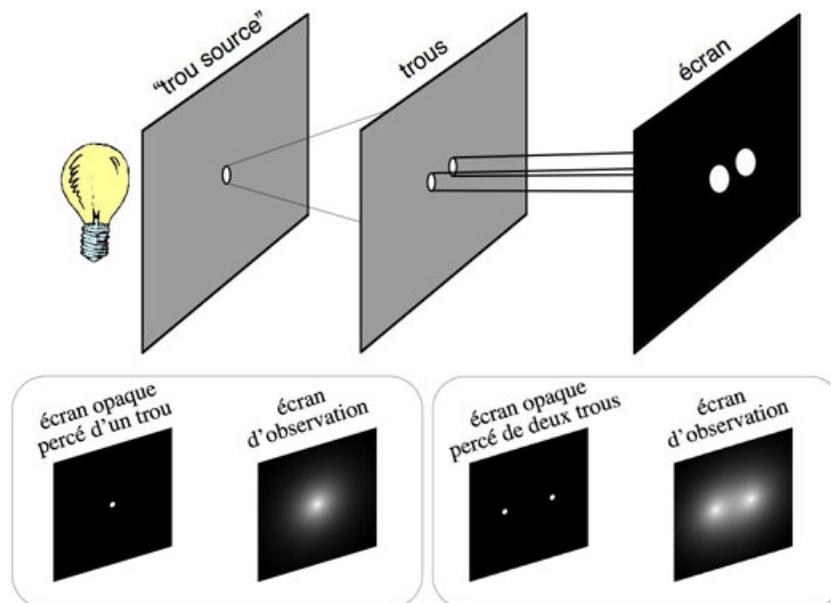


FIG. 7.2 – Schéma de l'expérience de Young. En bas à gauche, tache lumineuse que l'on obtient effectivement avec un seul trou. En bas à droite, distribution obtenue en superposant de façon naïve ces deux taches lumineuses.

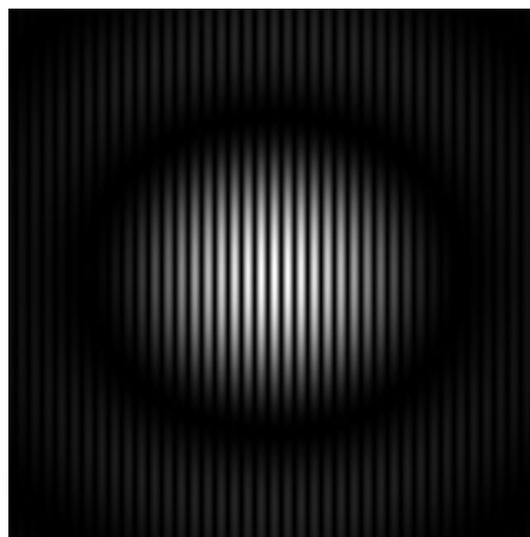


FIG. 7.3 – Le résultat de l'expérience de Young : la distribution de lumière observée sur l'écran d'observation est constituée de franges.

immatériel existant partout dans le vide comme la matière. Ce milieu était doté de propriétés farfelues car il devait être sans masse, infiniment rigide pour ne transmettre que des ondes transversales, et infiniment fluide pour y permettre le mouvement des corps sans aucun frottements.

Se basant sur l'hypothèse de l'éther, Maxwell publie cependant en 1873 un traité sur les ondes électromagnétiques, définissant la lumière comme une onde qui se propage sous la forme d'un rayonnement, le spectre de ce rayonnement n'étant qu'une partie de l'ensemble du rayonnement électromagnétique, beaucoup plus large : infrarouge, ultraviolet, ondes radio, rayons X, rayons γ ... Autrement dit, la lumière a une nature électromagnétique et le rayon lumineux consiste en des variations périodiques d'un champ électrique et d'un champ magnétique perpendiculaires l'un à l'autre.

Ces prévisions furent confirmées, vingt ans plus tard, lors de la découverte, par Hertz, des ondes hertziennes, qui sont, elles aussi, des ondes électromagnétiques. Ces dernières, de même nature que les ondes lumineuses, sont caractérisées par de plus grandes longueurs d'onde.

Bien que basées sur une hypothèse des plus farfelues (l'existence de l'éther), les équations de Maxwell définissant le rayonnement électromagnétique auront de nombreuses applications dès le XIX^e siècle, et encore plus au XX^e siècle (radio, télévision, informatique, satellites, fibre optique, laser ...).

On peut représenter au premier abord les photons par des paquets d'onde : l'onde électromagnétique n'est pas une sinusoïde d'extension infinie, il y a une enveloppe d'amplitude importante encadrée par d'autres enveloppes nettement moins significative.

Au XX^e siècle, on applique les théories électromagnétiques à l'observation astronomique : après la deuxième guerre mondiale, on met au point des télescopes qui recueillent les ondes électromagnétiques dans le spectre radio, les radiotélescopes. Cela présentait l'avantage de permettre de découvrir de nouveaux objets célestes. Ainsi naquit la radioastronomie. On emploie aussi maintenant des télescopes spatiaux pour éviter la pollution atmosphérique.

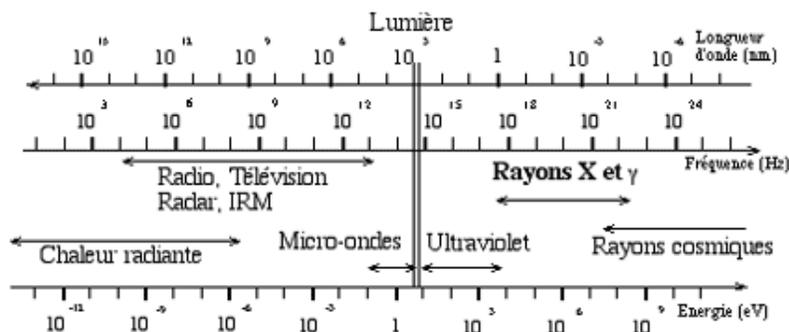


FIG. 7.4 – Spectre des ondes électromagnétiques. Le spectre visible est très étroit. Les couleurs correspondent à différentes longueurs d'onde ou fréquences.

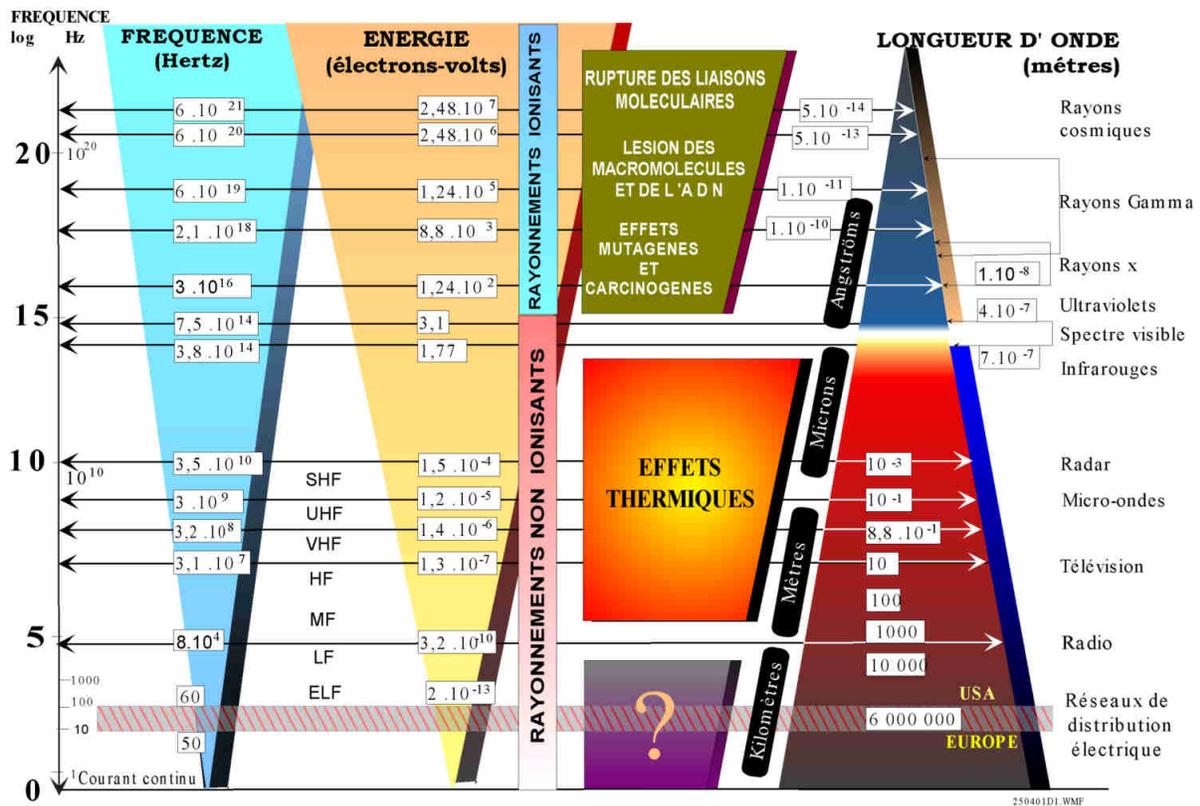


FIG. 7.5 – Spectre des ondes électromagnétiques. Autre représentation.

Ce modèle est néanmoins insuffisant. En effet, dans une telle configuration, le photon devrait s'élargir au fur et à mesure de sa progression (on parle de l'« étalement du paquet d'onde »), l'énergie devrait être de moins en moins concentrée. Or, on constate que même après un trajet interstellaire de plusieurs milliers d'années lumière, les propriétés des photons sont exactement les mêmes.

7.3 Théories actuelles

En 1887, on retourne partiellement sur la théorie corpusculaire grâce à Heinrich Rudolf Hertz qui décrit l'effet photoélectrique, un effet dans lequel la lumière n'agit pas en tant qu'onde. En 1900, Max Planck énonce la théorie du corps noir, puis Albert Einstein en 1905, utilise ces deux théories pour définir la lumière sous sa forme corpusculaire, c'est à dire en postulant l'existence des photons, quanta d'énergie lumineuse avec des qualités de particules.

Einstein postula que la fréquence ν de la lumière est liée à l'énergie E des photons par la relation $E = h\nu$, où h est la constante de Planck ($6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$).

Selon les connaissances du XXI^e siècle, les photons sont des particules élémentaires d'énergie bien déterminée et de masse au repos nulle. Selon la théorie de la relativité générale, les photons, malgré leur masse au repos nulle, sont soumis à la gravitation puisqu'ils possèdent une énergie non nulle (équivalence masse énergie). Ceci a pu être confirmé par des observations, les plus spectaculaires étant les lentilles ou mirages gravitationnels. Notamment, à l'occasion d'une éclipse solaire, on a pu constater que l'image des étoiles se déplaçait lorsque le Soleil passait à proximité de cette image ; ceci s'explique par le fait que la trajectoire des photons est modifiée par la proximité du Soleil. Cette observation, faite en 1919, est une des premières confirmations expérimentales de la théorie de la relativité générale.

En 1925, Louis de Broglie unifie les 2 théories en présentant le concept de dualité onde-corpuscule. Il affirma que toute matière a une nature ondulatoire. Il donna la relation entre la longueur d'onde λ et la quantité de mouvement p : $\lambda = \frac{h}{p}$

C'est une généralisation de la relation de Planck-Einstein indiquée ci-dessus, la quantité de mouvement (ou l'impulsion) d'un photon est donné par $p = E/c$ et $\lambda = \frac{c}{\nu}$.

La formule qu'a exprimée de Broglie fut confirmée trois ans après par Clinton Joseph Davisson et Lester Halbert Germer. Ceux-ci dirigèrent un faisceau d'électrons qui, contrairement aux photons, ont une masse vers une grille cristalline : les motifs d'interférence attendus purent ainsi être observés. Des expériences semblables ont été entreprises depuis avec des protons et même avec des molécules entières, avec notamment l'expérience d'Estermann et Otto Stern en 1929, et la formule a été confirmée dans tous les cas.

La confirmation la plus spectaculaire est celle qui a été faite en 1999 par des chercheurs de l'Université de Vienne, qui ont fait diffracter du fullerène (molécule C_{60}). Dans cette expérience, la longueur d'onde de de Broglie était de $2,5 \text{ pm}$ alors que la molécule a un diamètre d'environ 1 nm , soit 400 fois supérieur.

En physique, la dualité onde-particule soutient que la lumière et la matière présentent simultanément des propriétés d'ondes et de particules. Ce concept fait partie des fondements de la mécanique quantique. Cette dualité fusionne les théories de Christiaan Huygens qui considérait que la lumière était composée d'ondes avec celles de Isaac Newton qui considérait que la lumière était des particules.

La constante de Planck h est extrêmement petite et cela explique pourquoi nous ne percevons pas la nature ondulatoire des objets usuels : leurs longueurs d'onde sont excessivement petites. Le fait que la matière puisse avoir des longueurs d'onde très courtes est cependant exploité en microscopie électronique.

Cependant, un des gros problèmes de la physique quantique est de donner des images. En effet, l'être humain a besoin d'images pour réfléchir, pour retenir. À titre d'exemple, lorsqu'on ne connaît quelqu'un que par la voix (on l'a eu au téléphone ou entendu à la radio) et que l'on voit la personne pour la première fois, on se dit « c'est bien comme cela que je me l'imaginai » ou bien au contraire « je ne me l'imaginai pas du tout comme cela ». Notre cerveau a donc construit une image pour désigner cette personne, bien que l'on ne l'ait jamais vue.

Le noeud du problème en physique quantique est que, pour se représenter les objets (particules élémentaires), il faut faire appel à deux notions : les ondes et les particules solides.

On ne peut se construire des images que par analogie avec ce que l'on connaît, avec notre expérience quotidienne. Ainsi, lorsque l'on s' imagine une onde sonore, il nous vient à l'esprit les vagues sur l'eau ; lorsque l'on s' imagine une particule, il nous vient à l'esprit une bille. Les deux notions sont donc opposées et incompatibles :

Particule	Onde
localisée d'extension définie création et destruction impossible	délocalisée (un son peut être entendu dans toute la pièce) création et destruction facile (pincer ou arrêter une corde de guitare)
séparés impossibles à fusionner	addition simple (interférences)

Ceci cause un grand trouble, une incompréhension, et entraîne fréquemment un blocage, notamment lorsque l'on se pose la question : « si une particule est bien localisée lors d'une interaction, comment se fait-il qu'elle ne le soit pas hors interaction ? »

Nous allons donc ici proposer une image, celle des tourbillons dans l'eau, qui permet de se représenter macroscopiquement ce phénomène.

Imaginons une rivière, et posons un rocher dans cette rivière. Le courant, en rencontrant le rocher, va donner naissance à des tourbillons. Le tourbillon se détache du rocher, et en s'éloignant, il s'estompe et disparaît. L'objet observé est le tourbillon, mais est-il un objet en lui-même, ou bien est-il juste le produit de l'interaction de deux autres objets ? Assurément, on peut étudier le tourbillon en tant que tel : position, taille, vitesse... mais il ne peut pas exister seul, il est bien le résultat de l'interaction entre le rocher et le courant.

Imaginons deux rochers placés à une certaine distance l'un de l'autre, mais alignés dans le fil de l'eau. On observe un tourbillon après le rocher amont, et l'on observe un tourbillon après le rocher aval. Peut-on en déduire que le tourbillon a voyagé d'un rocher à l'autre ? Assurément non. On ne peut pas non plus dire qu'un tourbillon a voyagé depuis la source de la rivière jusqu'au rocher. Le tourbillon se forme localement par interaction du courant avec l'obstacle, mais il n'a pas d'existence propre entre deux obstacles.

Le photon est comme le tourbillon :

- de même que l'apparition du tourbillon est aléatoire, mais déterminée par la force du courant et la taille du rocher (taille moyenne du tourbillon, fréquence d'apparition), l'apparition du photon est aléatoire mais déterminée par l'onde électromagnétique et l'atome cible ;
- s'il n'y a pas de rocher, il n'y a pas de tourbillon ; de même, si l'onde voyage dans le vide, à aucun moment il n'y a de paquet d'onde ;
- de même que le tourbillon s'estompe, le photon, lorsqu'il est diffusé (c'est-à-dire s'il n'est pas absorbé), s'estompe après et n'est localisé que sur une courte distance après l'interaction.

On peut bien entendu faire la comparaison avec toute particule élémentaire, en remplaçant le terme « onde électromagnétique » par « fonction d'onde ».

Mais la comparaison n'est pas sans faille. Il ne s'agit bien que d'une métaphore, d'une analogie, les particules ne sont pas des tourbillons. Par ailleurs, la métaphore ne prend pas en compte le phénomène de réduction du paquet d'onde. En effet, dans le cas du tourbillon, on a juste une concentration locale de l'énergie cinétique du courant, mais le courant garde sa force à côté. Dans le cas du photon au contraire, c'est la totalité $h\nu$ de l'énergie de la portion d'onde qui est concentrée dans le paquet d'onde.

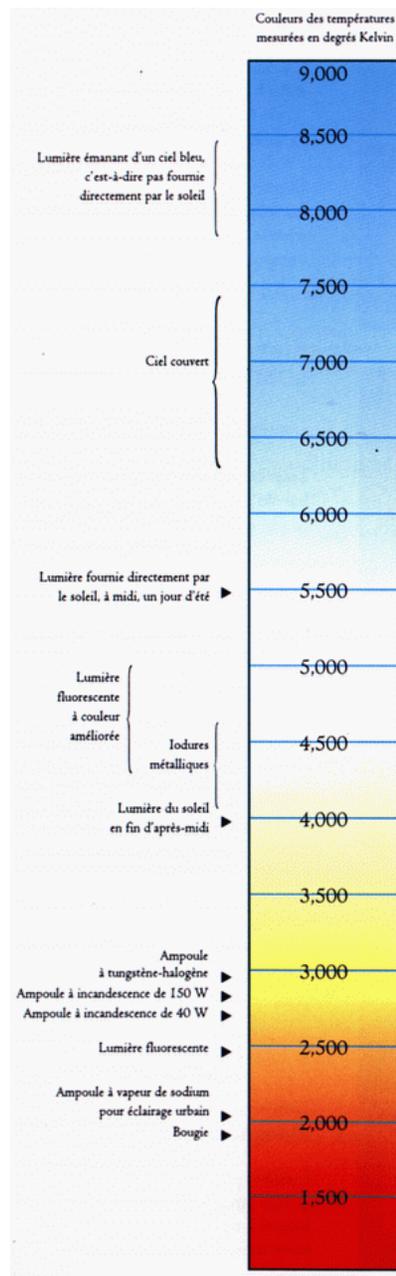


FIG. 7.6 – Remarque concernant la *température de couleur d'une source lumineuse*. Elle est exprimée en degré Kelvin. Plus une source est proche des infra rouges ($\lambda > 600 \text{ nm}$) plus elle sera rougoyante, et, par assimilation au rayonnement du feu, sera appelée lumière chaude. On peut faire la comparaison avec la couleur des étoiles. Une étoile rouge a une température de surface autour de $3000K$, notre Soleil jaune, autour de $6000K$, une bleu, les plus chaudes, atteint les $20\,000K$.

Chapitre 8

Dispersion de la lumière

Lorsqu'ils se déplacent dans la matière, les photons se déplacent plus lentement que dans le vide, la vitesse étant déterminée par la valeur de l'indice de réfraction de ce milieu, qui lui-même dépend de la fréquence ou la longueur d'onde de cette lumière.

8.1 Décomposition de la lumière

Un faisceau de lumière solaire, après réfraction par un prisme, donne sur un écran une bande colorée appelée spectre solaire.

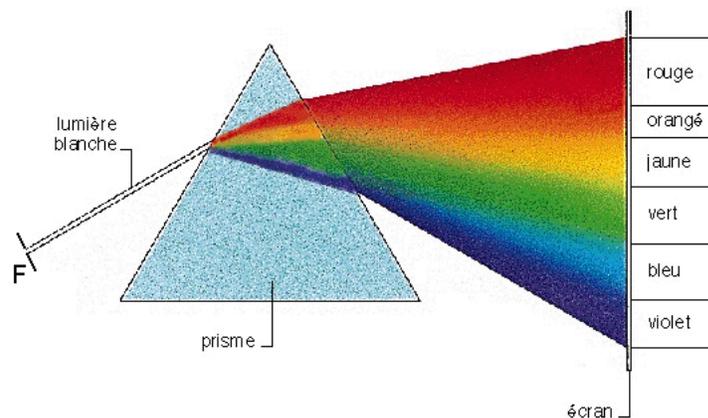


FIG. 8.1 – Décomposition de la lumière solaire par un prisme.

Le spectre de la lumière blanche d'un arc électrique ou d'une lampe à incandescence est identique au spectre solaire.

Cette bande lumineuse continue présente toutes les couleurs de l'arc-en-ciel. D'une région à la suivante, la couleur varie graduellement. On a cependant l'habitude de distinguer, dans cette infinité de couleurs,

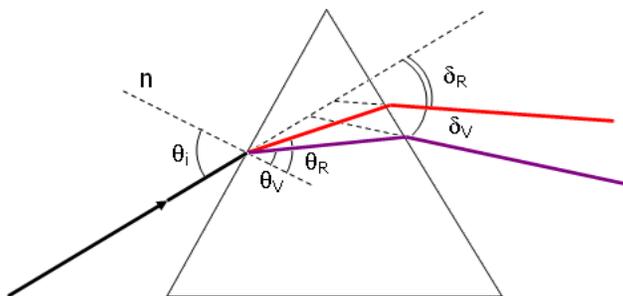


FIG. 8.2 – Illustration de la réfraction et de la déviation du rouge et du violet dans un prisme.

sept teintes principales (couleurs élémentaires) qui se présentent dans l'ordre de déviation croissante : le rouge, l'orange, le jaune, le vert, le bleu, l'indigo et le violet.

Une lumière, telle que la lumière solaire, décomposable par réfraction, est dite complexe.

Le fait qu'on obtienne, avec la lumière solaire, plusieurs images d'une fente F prouve qu'un même rayon incident donne une infinité de rayons réfractés et que le long de chacun des rayons réfractés, chemine une onde monochromatique qui diffère d'un rayon à l'autre. Il suggère également que le rayon incident est formé d'une infinité de radiations émises simultanément par la source de lumière complexe.

La séparation par réfraction des radiations qui se trouvent dans une lumière complexe est le phénomène de dispersion.

On peut vérifier expérimentalement que les couleurs du spectre solaire sont simples, c'est-à-dire qu'elles ne sont pas décomposables en couleurs différentes.

Dans le phénomène de dispersion, chaque rayon réfracté est plus ou moins dévié, l'angle de déviation δ augmentant du rouge au violet :

$$\delta_R < \delta_V$$

et les angles de réfraction θ sont tels que

$$\theta_R > \theta_V$$

Donc, d'après la seconde loi de la réfraction, on a que

$$n_R \sin \theta_R = n_V \sin \theta_V$$

et finalement, nous avons que

$$n_R < n_V$$

L'indice de réfraction du prisme croît donc (de manière continue dans le cas de la lumière solaire) de la radiation rouge extrême jusqu'à la radiation violette extrême. Les indices correspondant aux couleurs élémentaires se classent dans l'ordre suivant :

$$n_R < n_O < n_J < n_{Ve} < n_B < n_I < n_{Vi}$$

D'une manière générale, pour tout milieu transparent, homogène et isotrope, les valeurs de l'indice de réfraction correspondant aux diverses radiations lumineuses se classent toujours dans l'ordre ci-dessus, c'est-à-dire en augmentant du rouge vers le violet.

De tels milieux se distinguent

1. par leur indice de réfraction pour une lumière monochromatique donnée : au plus grand indice de réfraction n correspond le milieu le plus réfringent,
2. par la différence $n_V - n_R$ présentée par les indices de ces milieux pour les radiations rouge et violette extrêmes : à la plus grande différence correspond le milieu le plus dispersif.

Exemple : on parle de verre optique pour le verre de grande transparence et de qualité optique maîtrisée utilisés pour la réalisation d'objectifs photographiques ou astronomiques.

La réalisation d'instruments d'optique de qualité est une lutte sans fin contre les défauts : distorsions, aberrations géométriques (sphériques, astigmatisme) ou chromatiques. Les solutions sont apportées d'un côté par les (lents) progrès dans la qualité et la variété des verres utilisés et de l'autre par le perfectionnement des méthodes de calcul.

Les premiers objectifs achromatiques (Chester More Hall, John Dollond vers 1730) étaient constitués d'une lentille convexe en crown collée à une lentille concave en flint.

	n_R	n_J	n_V	$n_V - n_R$
crown	1,504	1,507	1,521	0,017
flint	1,612	1,621	1,671	0,059

Le flint est plus réfringent et plus dispersif que le crown.

- Le verre crown contient des oxydes de sodium et de calcium et disperse peu. Des types de verre crown encore moins dispersifs sont disponibles où sont ajoutés des oxydes de baryum ou de lanthane.
- Le verre flint avec une proportion importante d'oxyde de plomb ainsi que du silicate de potassium. Fort pouvoir dispersif.

Pour corriger l'aberration chromatique¹ des optiques, on combine des lentilles en verre flint et crown

¹l'aberration chromatique désigne une aberration optique qui produit une image floue et aux contours irisés. La cause de cette aberration est généralement la variation de l'indice de réfraction du matériau composant les lentilles en fonction de la longueur d'onde de la lumière qui les traverse. Il en résulte une distance focale variable, de sorte que la mise au point ne peut être effectuée simultanément pour toutes les couleurs du spectre.

et maintenant en cristal de fluorite, à très faible dispersion.

8.2 Recomposition de la lumière

Avant Isaac Newton, on pensait que le prisme ajoutait des couleurs au faisceau de lumière blanche. Newton place alors un deuxième prisme de telle manière qu'il ne soit atteint que par une seule couleur et découvre que la couleur reste inchangée. Il en conclut que les prismes permettent de disperser les couleurs. Il utilise ensuite un deuxième prisme et réussit à recomposer un faisceau blanc à partir de l'arc-en-ciel généré par le premier prisme : la démonstration était faite que les couleurs ne sont pas le résultat d'une action du prisme sur la lumière blanche, mais bien que c'est la lumière blanche qui est composée de plusieurs couleurs.

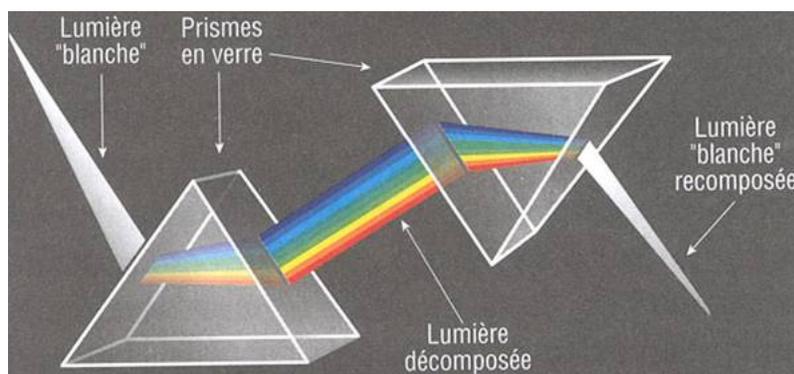


FIG. 8.3 – Illustration de l'expérience de Newton : recomposition d'un faisceau blanc.

On peut donc, à partir des lumières fournies par un prisme, obtenir la lumière complexe initiale,

- soit en disposant sur le trajet des rayons, un prisme parallèle au premier (voir figure 8.3),
- soit en recevant les rayons sur une lentille convergente ou un miroir concave, grâce auxquels les rayons se concentreront sensiblement en un même point qui donnera une tache blanche sur l'écran d'observation.

De même, un disque divisé en secteurs présentant plusieurs fois et dans leur ordre de succession les couleurs élémentaires du spectre, apparaîtra plus ou moins blanc lorsqu'il sera mis en rotation rapide car la persistance des impressions rétiniennes superposent les couleurs sur la rétine et donneront à l'œil une impression de lumière blanche.

En conclusion, nous dirons que la superposition des lumières simples qui composent une lumière complexe donne cette lumière complexe.

8.3 Couleurs complémentaires

Si l'on reçoit sur une lentille convergente le faisceau dispersé du spectre solaire dont on a masqué une région, le rouge, par exemple, on obtient sur l'écran non plus une lumière blanche, mais une lumière résultant de la combinaison des radiations non interceptées par le masque, ici, une lumière vert bleuâtre.

La couleur vert bleuâtre qu'il faut ajouter à la couleur rouge pour obtenir la couleur blanche est dite complémentaire de la couleur rouge.

Il existe une infinité de teintes deux à deux complémentaires (voir 8.4).

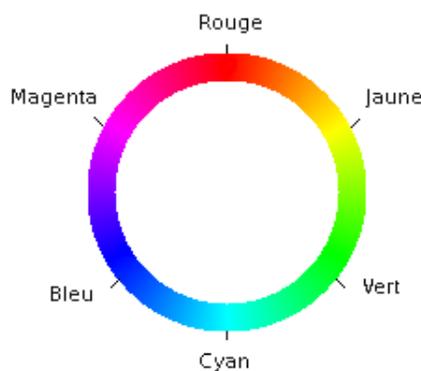


FIG. 8.4 – Sur cette représentation des couleurs complémentaires, nous pouvons voir que le rouge et le vert bleuâtre, ou cyan, sont des couleurs complémentaires, de même que le jaune et le bleu.

Il est facile de déterminer une complémentaire en utilisant la propriété de rémanence des cônes de l'oeil. Il suffit pour cela de placer sur une surface blanche, la couleur dont on veut déterminer la complémentaire, de la fixer pendant une minute, puis de la retirer. On voit alors apparaître sur la surface blanche la couleur complémentaire.

Par exemple, fixez une tache rouge pendant une minute. En fixant alors une zone blanche, vous devriez alors voir apparaître une tache cyan en son milieu.

Dans l'oeil, les cônes L (récepteurs des rouges) se sont « habitués » à voir du rouge, et les cônes correspondants aux couleurs primaires vert et bleu transmettent donc un signal plus fort que le cône rouge dans le blanc de l'image de droite.

8.4 Couleurs des corps

8.4.1 Par réflexion

Si un corps est éclairé en lumière blanche paraît jaune par réflexion (exemple du citron, voir figure 8.5), c'est qu'il diffuse du jaune et absorbe toutes les autres couleurs du spectre lumineux.

Eclairé en lumière jaune, ce corps apparaîtra jaune, mais éclairé par de la lumière bleue, il sera noir

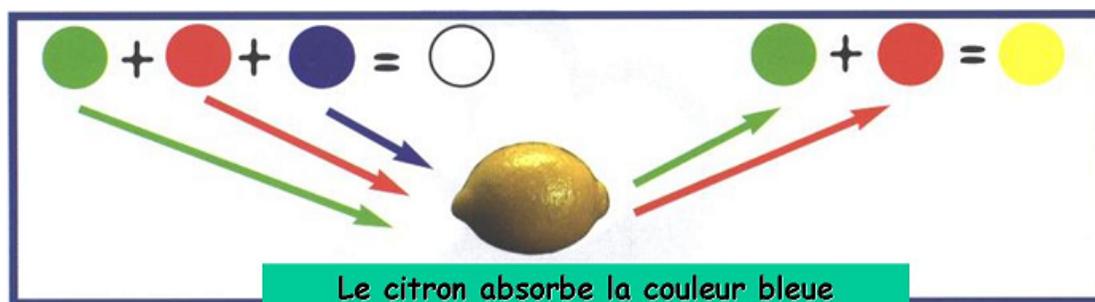


FIG. 8.5 – Le citron absorbe le bleu, la couleur complémentaire du bleu est le jaune, le citron diffuse du jaune.

C'est Maxwell qui démontre que toutes les nuances peuvent être obtenues à partir de trois teintes fondamentales (couleurs primaires) le Rouge, le Vert et le Bleu. On a

$$\text{ROUGE} + \text{VERT} + \text{BLEU} = \text{BLANC}$$

Un corps éclairé par de la lumière blanche est donc blanc ou noir par réflexion suivant qu'il diffuse ou absorbe toutes les radiations du spectre solaire.

8.4.2 Par transparence

Si un corps se laisse traverser par toutes les radiations constituant la lumière blanche, il est incolore, comme le verre ou l'eau.

Si un corps est, par exemple, vert par transparence, c'est qu'il se laisse essentiellement traverser par les radiations vertes de la lumière blanche.

Les autres radiations du spectre sont, soit absorbées, soit réfléchies, par ce corps. Eclairé en lumière verte, il serait vert par transparence et éclairé en lumière rouge ou bleue par exemple, il serait noir par transparence.

8.4.3 Synthèse, addition et soustraction de couleurs

La synthèse additive est l'opération consistant à combiner la lumière de plusieurs sources émettrices colorées afin d'obtenir une nouvelle couleur.

En synthèse additive, les couleurs primaires généralement utilisées sont au nombre de trois : le rouge, le vert et le bleu (RVB ou RGB).

- l'addition de ces trois couleurs donne du blanc
- l'absence de couleur donne du noir
- l'addition deux à deux de ces couleurs primaires permet d'obtenir les couleurs secondaires :
 - le rouge et le vert donnent le jaune
 - le rouge et le bleu donnent le magenta
 - le bleu et le vert donnent le cyan

La synthèse additive est le principe de composition des couleurs utilisé notamment dans les écrans cathodiques, les écrans LCD et les vidéoprojecteurs tri-tubes.

La synthèse soustractive est l'opération consistant à combiner l'effet d'absorption de plusieurs couleurs afin d'en obtenir une nouvelle. Par exemple, la superposition sur une surface blanche de deux filtres colorés, l'un jaune et l'autre bleu, permet d'obtenir du vert.

Le terme soustractif vient du fait qu'un objet coloré soustrait (absorbe) une partie de la lumière incidente. De fait, une couleur obtenue par synthèse soustractive de plusieurs autres sera nécessairement plus sombre qu'elles.

En synthèse soustractive, les couleurs primaires généralement utilisées sont au nombre de trois : le cyan, le jaune et le magenta

- l'addition de ces trois couleurs donne du noir
- l'absence de couleur est le blanc
- l'addition deux à deux de ces couleurs primaires permet d'obtenir les couleurs secondaires :
 - le cyan et le jaune donnent le vert
 - le cyan et le magenta donnent le bleu
 - le jaune et le magenta donnent le rouge

La synthèse soustractive est le principe qui régit le mélange de pigments colorés en peinture (et notamment en aquarelle), en impression trichromique ou quadrichromique, ainsi qu'en impression papier pour la photographie couleur. On a

$$\boxed{\text{CYAN} + \text{MAGENTA} + \text{JAUNE} = \text{NOIR}}$$

La synthèse soustractive des lumières colorées peut aussi être réalisée par diffusion de la lumière par des objets. En effet, un objet ne peut diffuser une lumière que si la couleur de celle-ci est comprise dans sa propre couleur sinon il l'absorbe. Par exemple, un objet jaune peut diffuser non seulement une lumière jaune mais aussi des lumières verte et rouge (synthèse additive). Par contre s'il est éclairé par une lumière bleue il sera vu gris (foncé) car il ne peut pas la diffuser. Les objets blancs ont la propriété de diffuser

n'importe quelle lumière colorée donc ils sont vus de la couleur de la lumière qui les éclaire.

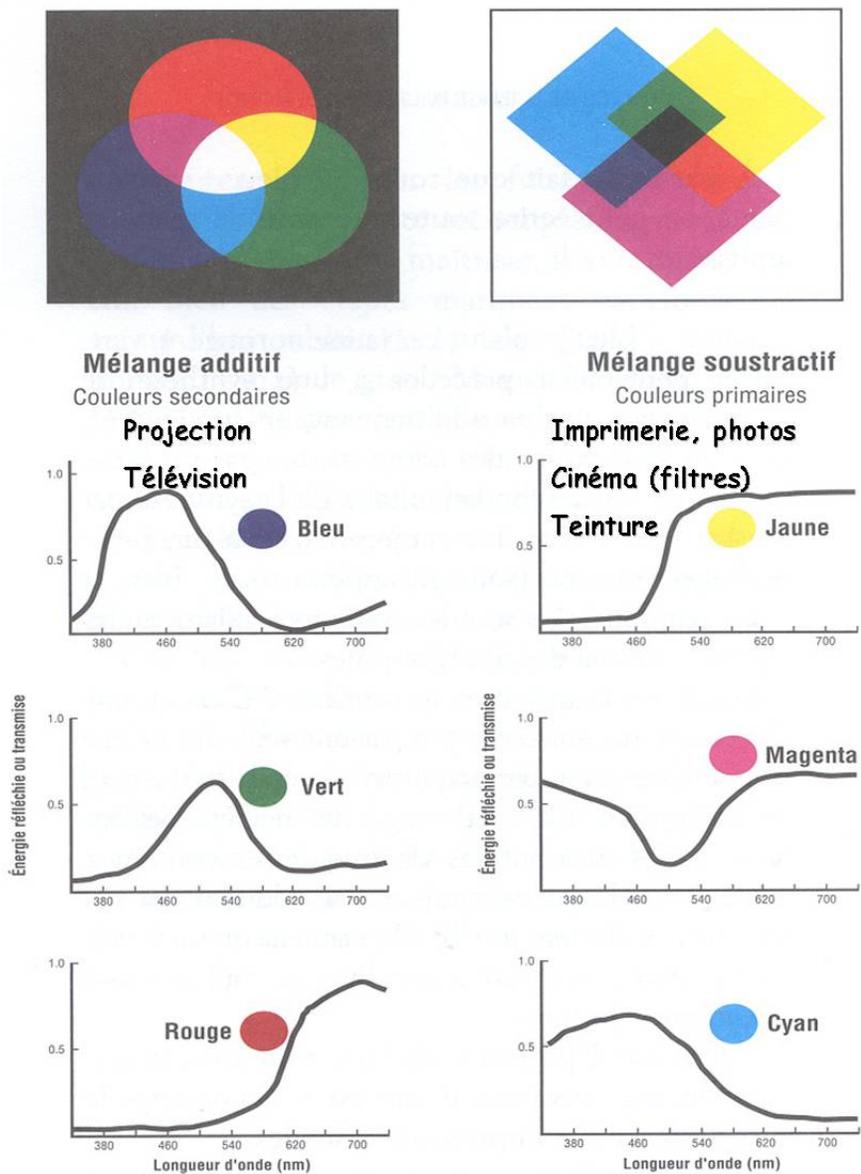


FIG. 8.6 – Illustration du principe de synthèse additive et soustractive des couleurs.

Par exemple, une mince feuille d'or est, à la lumière blanche, jaune par réflexion et verte par transparence. Elle absorbe donc en particulier les radiations bleues, comme le citron. Éclairée par ces radiations, elle serait noire par réflexion et transparente. Éclairée par de la lumière jaune, elle serait jaune par réflexion et verte par transparence. Éclairée par de la lumière verte, elle serait verte par réflexion et par transparence. Éclairée par de la lumière rouge, elle serait rouge par réflexion et noire par transparence.

lumière	réflexion	transparence
blanche	jaune (absorbe le bleu)	vert (n'absorbe pas le vert)
verte	vert	vert
rouge	rouge	noir
bleue	noir	noir
jaune	jaune	vert
magenta	rouge	noir
cyan	vert	vert

8.5 Spectroscopie à prisme

Un spectroscope est donc un appareil destiné à donner le spectre pur d'une source lumineuse et permettant d'analyser la lumière émise par la source.

Un spectre pur est tel que la taches lumineuses correspondant aux différentes radiations n'empiètent pas les unes sur les autres.

Un spectromètre est donc un appareil de mesure permettant d'étudier et de décomposer une quantité observée en ses éléments simples qui constituent son spectre. En optique il s'agit d'obtenir les longueurs d'ondes spécifiques constituant le faisceau lumineux (spectre électromagnétique) tandis que pour un mélange chimique il s'agira d'obtenir les masses spécifique de chacune des molécules (spectre de masse). Des spectromètres sont également utilisés en acoustique afin d'analyser la composition d'un signal sonore. De façon générale l'étude des spectres est appelée la spectrométrie.

Dans le cas de l'optique (mais c'est également vrai en chimie), « spectromètre » est un terme qui désigne en pratique une grande famille d'instruments permettant de balayer un large éventail de longueurs d'onde, des rayons gamma et des rayons X jusqu'à l'infrarouge. Cependant chaque type de spectromètre est associé à une bande particulière et nécessite une technologie spécifique.

Dans le cadre de l'optique, nous étudierons uniquement le spectromètre à prisme.

8.5.1 Principe

Dans les spectroscopes du début du XIX^{ème} siècle, la lumière entrait par une fente et une lentille de diffraction transformait la lumière en fins rayons lumineux parallèles. La lumière traversait ensuite un prisme qui réfractait le faisceau lumineux en un spectre. Cette image était alors regardée dans un tube avec une échelle qui permettait de mesurer l'image spectrale transposée.

Un prisme en verre très dispersif, d'indice de réfraction élevé (flint) reçoit donc des rayons parallèles provenant d'un collimateur à fentes (dispositif donnant des faisceaux cylindriques). Il comprend une fente

dans le plan focal d'une lentille.

Les faisceaux cylindriques émergents empiètent les uns sur les autres. Ils sont reçus sur une lentille qui constitue l'objectif d'une lunette dans le plan focal image duquel se forme un spectre pur qui est examiné au moyen de l'oculaire.

Cet appareil peut être transformé en spectrographe. Il suffit pour cela de supprimer l'oculaire et de placer une plaque photographique dans le plan du spectre.

Un spectrographe est donc un instrument qui transforme une onde entrante en un spectre de fréquences, ou généralement une séquence d'un tel spectre.

Avec le développement du film photographique, un spectrographe plus précis fut inventé. Il était basé sur le même principe que le spectroscope, mais comportait un appareil photographique au lieu du tube de visionnement. Ces dernières années, des circuits électroniques montés autour du tube de photomultiplicateur ont remplacé l'appareil-photo, permettant l'analyse spectrographique en temps réel avec une précision bien plus élevée. Des rangées de photodétecteurs sont également utilisés à la place du film dans des systèmes spectrographiques. Une telle analyse spectrale, ou spectroscopie, est devenue un outil scientifique important pour analyser la composition d'une matière inconnue, pour étudier des phénomènes astronomiques et confronter les théories astronomiques.

8.5.2 Appareil

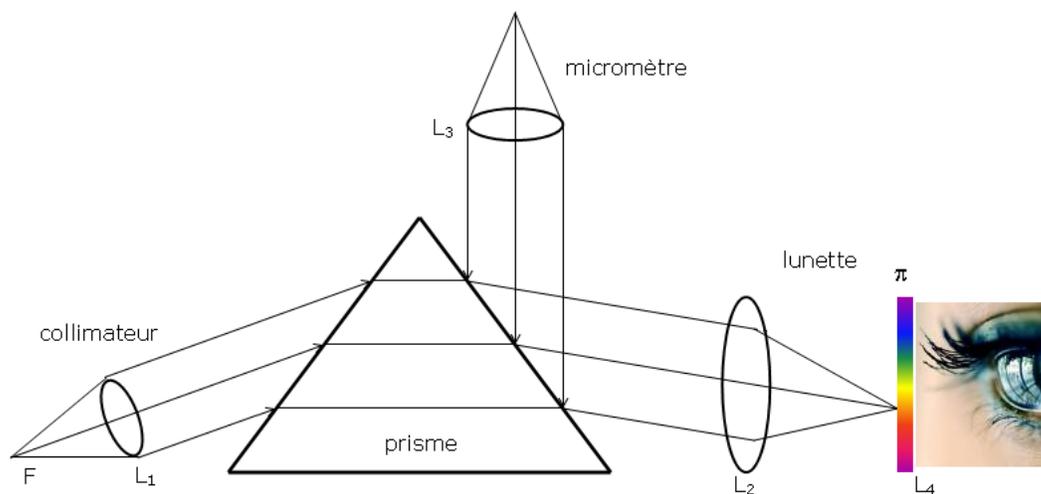


FIG. 8.7 – Principe du spectroscopie à prisme.

Un spectroscopie à prisme comprend (voir figure 8.7)

1. Un prisme P en flint très dispersif dont l'arête est verticale.

2. Un collimateur formé d'une fente étroite F verticale qu'on peut placer dans le plan focal d'une lentille convergente L_1 . Le prisme reçoit ainsi un faisceau de rayons parallèles. On le place au minimum de déviation pour une radiation moyenne de manière à avoir la meilleure image possible.
3. Une lunette qui reçoit les rayons émergents parallèles et les fait converger dans le plan focal π de l'objectif L_2 . On obtient, dans ce plan π , une image réelle d'un spectre pur, qui est observé à l'aide de l'oculaire L_3 fonctionnant comme une loupe.
4. Un micromètre servant à repérer les différentes raies dans le plan focal image π de l'objectif de la lunette. La graduation du micromètre, faite sur verre, est placée dans le plan focal objet d'une lentille montée sur un tube. Les rayons parallèles sortant de cette lentille se réfléchissent sur la face du prisme et arrivent sur l'objectif de la lunette. On obtient ainsi, dans le plan du spectre, une image réelle de la graduation.

8.5.3 Etalonnage

On observe des spectres de lumières connues et on porte sur un graphique les longueurs d'ondes en fonction des graduations du micromètre. On trouve par interpolation, les longueurs d'ondes correspondant à chaque division du micromètre.

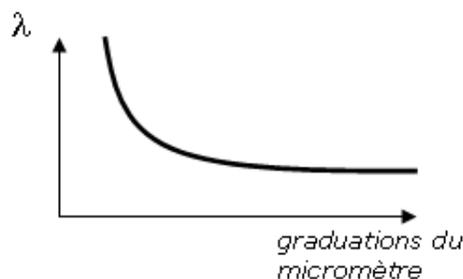


FIG. 8.8 – Spectroscopie : établissement de l'étalonnage.

8.6 Types de spectres

Le spectre électromagnétique est la décomposition du rayonnement électromagnétique selon ses différentes composantes en terme de fréquence, d'énergie des photons ou encore de longueur d'onde associée, les trois grandeurs ν (fréquence), E (énergie) et λ (longueur d'onde) étant liées deux à deux par la constante de Planck h et la vitesse de la lumière c , selon les formules :

$$E = h\nu \quad \text{et} \quad c = \lambda\nu$$

On distingue habituellement 3 types de spectres

1. Les spectres continus sont fournis par la lumière solaire, les solides et les liquides portés à l'incandescence. Les gaz et les vapeurs peuvent aussi, dans certains cas, donner des spectres continus (effet Doppler par augmentation de pression), mais la plupart du temps, il s'agit de spectres discontinus.

Un spectre continu contient toutes les radiations dont les longueurs d'ondes sont comprises entre certaines limites. Celles-ci dépendent de la nature du corps incandescent et de sa température. À mesure que la température s'élève, la lumière émise devient plus blanche et le spectre s'étend vers le violet.

2. Les spectres discrets, ou spectres de raies, se composent de radiations monochromatiques qui donnent des raies brillantes et fines sur fond noir. Les spectres de raies sont produits par les atomes des éléments.

Un gaz enfermé dans un tube, à une pression de l'ordre d'un pascal, deviendra incandescent et fournira un spectre de raies lorsque deux électrodes fixées aux extrémités du tube seront soumises à une tension électrique élevée.

3. Les spectres de bandes sont obtenus avec un spectroscopie peu dispersif. Ils se présentent sous forme de bandes lumineuses larges présentant d'un côté un bord net qu'on appelle arête ou tête de bande et dégradées de l'autre côté. Ces spectres sont produits par les molécules, qui possèdent des degrés de liberté supplémentaires de vibration et de rotation. L'étude de ces bandes avec un spectroscopie très dispersif montre qu'elles sont formées d'un grand nombre de raies fines, correspondant chacune à une combinaison de nombres quantiques caractérisant l'état de rotation et de vibration de la molécule.

Nous pouvons aussi distinguer

1. Un spectre d'émission où des atomes excités (par exemple par chocs) se dés excitent en émettant une onde électromagnétique. Celle-ci peut se décomposer en une superposition d'ondes sinusoidales (monochromatiques) caractérisées par leurs longueurs d'onde. Le spectre est constitué par l'ensemble des longueurs d'ondes présentes.

Niels Bohr interprétera l'émission de lumière par l'émission d'un photon lorsque l'atome passe d'un niveau d'énergie à un autre. Le spectre d'émission de n'importe quel élément peut être obtenu en chauffant cet élément, puis en analysant le rayonnement émis par la matière. Ce spectre de raies est caractéristique de l'élément.

2. Un spectre d'absorption où le principe est exactement le même que celui du spectre d'émission : à un niveau d'énergie donné correspond une longueur d'onde. Mais au lieu d'exciter de la matière (par exemple en la chauffant) pour qu'elle émette de la lumière, on l'éclaire avec de la lumière blanche

(donc contenant toutes les longueurs d'ondes) pour voir quelles longueurs d'ondes sont absorbées. Les niveaux d'énergie étant caractéristiques de chaque élément, le spectre d'absorption d'un élément est exactement le complémentaire du spectre d'émission.

On s'en sert notamment en astrophysique : par exemple, pour déterminer la composition de nuages gazeux et des autres planètes, on étudie leur spectre d'absorption en se servant du soleil ou des étoiles se situant en arrière-plan comme source de lumière. C'est d'une manière générale le but de la spectrographie d'absorption : identifier des éléments inconnus (ou des mélanges) par leur spectre.

Cette méthode est d'ailleurs utilisée dans l'industrie pour analyser des échantillons et permet, notamment, d'y déceler des impuretés.

Remarquons que le spectre d'émission du sodium est une double raie orange. Si l'on dispose entre une source de lumière blanche et la fente du collimateur une flamme colorée en orange par du sodium, on observe dans le spectre continu une double raie noire qui occupe exactement la place des deux raies oranges dans le spectre d'émission. Le sodium absorbe les deux radiations qu'il peut émettre.

C'est le phénomène de renversement des raies.

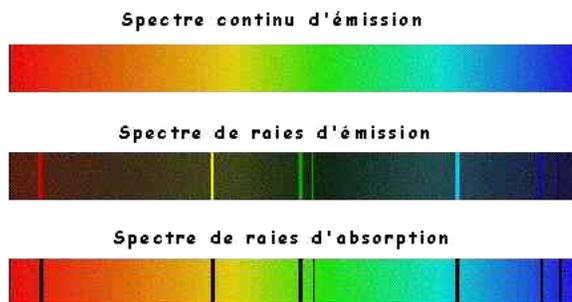


FIG. 8.9 – Différents types de spectres obtenus de la façon suivante : en haut, lampe à incandescence ; au milieu, gaz chaud émetteur ; en bas, gaz froid absorbant.

La position des raies noires dans le spectre solaire a permis d'y déceler la présence d'hydrogène, de carbone, etc. C'est d'ailleurs en 1868 que l'astronome Janssen découvre des raies ne correspondant à aucune substance connue à l'époque et qu'il baptisa « hélium ». C'est grâce à l'analyse spectrale que Kirchhoff et Bunsen découvrirent, en 1860, le césium et le rubidium.

On peut également décomposer la lumière avec un réseau. Un réseau est constitué de traits très fins, parallèles et très rapprochés (par exemple 528 traits par mm) gravés sur un support comme du verre (Décomposition de la lumière par un disque compact).

Remarquons finalement que l'arc-en-ciel résulte de la décomposition de la lumière solaire par les gouttelettes d'eau. Le centre de l'arc-en-ciel est opposé au Soleil.

Chapitre 9

Interférences

Illustration du principe des interférences : superposition dans une région de l'espace de deux ondes issues de deux sources vibratoires synchrones et cohérentes.



9.1 Interférences à la surface d'un liquide

On a deux sources de vibrations synchrones oscillant à la surface d'un liquide.

$$y_1(t) = a \sin(\omega t + \phi_1) \quad \text{et} \quad y_2(t) = a \sin(\omega t + \phi_2)$$

On cherche l'équation horaire

$$y(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

d'un point P situé à une distance x_1 de la source 1 et situé à une distance x_2 de la source 2, sachant que ce point sera soumis à la vibration induite par les deux sources simultanément. On a (voir figure 6.14

$$y(t) = 2 a \cos \frac{\phi_1 - \phi_2}{2} \sin \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}$$

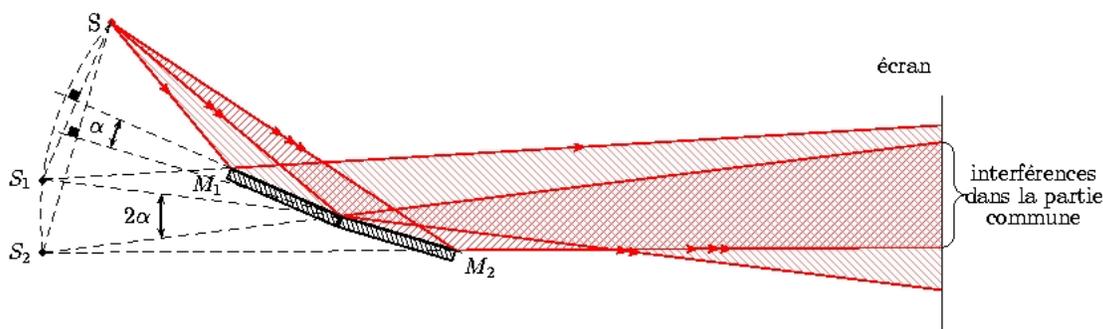


FIG. 9.1 – Miroirs de Fresnel

9.2 Miroirs de Fresnel

Deux miroirs plans rectangulaires m_1 et m_2 sont juxtaposés de façon qu'un de leurs bords A soit commun et que l'angle α de leurs plans soit très faible (quelques centièmes de $^\circ$).

Une source de lumière monochromatique S supposée ponctuelle, éclaire la totalité de leurs faces réfléchissantes sous une incidence presque rasante. Aux deux faisceaux incidents juxtaposés, les miroirs font correspondre deux faisceaux réfléchis qui présentent une partie commune et semble provenir de S_1 et S_2 , images virtuelles de S , symétriques de celle-ci par rapport aux plans des deux miroirs.

Si l'on place un écran E dans cette partie commune, on y voit apparaître, parallèlement à l'arrête commune A des miroirs, des raies équidistantes, alternativement brillantes et obscures, que l'on appelle des franges. Comme la position de l'écran peut être quelconque dans la région où les deux faisceaux réfléchis ont une partie commune, on dit que les franges obtenues ne sont pas localisées.

9.3 Interprétation

L'apparition de franges obscures, lorsque la trace des deux faisceaux réfléchis se superposent sur l'écran, montre que de la lumière s'ajoutant à de la lumière peut produire l'obscurité en certains points.

Ce fait est à rapprocher de l'apparition de noeuds à la surface d'un liquide soumis à deux vibrations. Par analogie, on interprète le phénomène d'apparition des franges comme résultant d'interférences lumineuses et par conséquent on considère une lumière monochromatique comme une vibration sinusoïdale qui se propage à partir de la source lumineuse.

À chaque lumière monochromatique (ou radiation lumineuse) est donc liée une grandeur a de la forme

$$a(t) = a \sin(\omega t + \phi)$$

où $\omega = \frac{2\pi}{T}$ est la pulsation, caractéristique de cette vibration.

Dans le cas des miroirs de Fresnel, tout se passe comme si les deux faisceaux réfléchis provenaient des deux sources ponctuelles S_1 et S_2 . Comme celles-ci sont deux images d'une seule et même source réelle S , elles constituent deux vibrations sinusoïdales de même pulsation ω (de même période T) et de même phase ϕ . Elles forment donc deux sources cohérentes d'où partent deux ondes lumineuses qui se propagent dans l'air avec la célérité c et caractérisées par la longueur d'onde

$$\lambda = cT = 2\pi \frac{c}{\omega}$$

Les résultats obtenus lors de l'étude du mouvement vibratoire d'un point P de la surface d'un liquide sollicité par les vibrations simultanées de deux sources S_1 et S_2 sont toujours valables pour tout point P du champ d'interférence, c'est-à-dire la partie commune aux deux faisceaux réfléchis.

La propagation s'effectue ici dans un espace à trois dimension, dès lors, les points du champ d'interférence où la vibration lumineuse résultant a une amplitude maximale appartiennent à une famille d'hyperboloïdes fixes définis par $d_2 - d_1 = n\lambda$ et admettant les sources S_1 et S_2 comme foyers. Les points d'amplitude nulle appartiennent à une autre famille d'hyperboloïdes fixes définis par $d_2 - d_1 = (2n' + 1)\frac{\lambda}{2}$ admettant les mêmes foyers S_1 et S_2 que les hyperboloïdes d'amplitude maximale entre lesquels ils s'intercalent.

L'intersection de ces deux familles de surfaces par le plan E parallèle à la droite S_1S_2 donne en toute rigueur des arcs d'hyperboles. En réalité, le champ d'interférence ayant une étendue très faible, la courbure des arcs d'hyperbole y est très faible, de sorte qu'ils se confondent pratiquement avec des droites parallèles.

D'autre part, comme on peut démontrer que l'éclairement d'un point de l'écran est proportionnel au carré de l'amplitude de la vibration résultante en ce point, les intersections des hyperboloïdes d'amplitude maximale constituent les milieux des franges brillantes et celles des hyperboloïdes d'amplitude nulle constituent les milieux des franges obscures.

9.4 Calcul de l'interfrange (en lumière monochromatique)

Le plan contenant la source lumineuse S et ses deux images S_1 et S_2 est pour le dispositif interférentiel un plan de symétrie qui sera pris comme plan de figure. Il coupe l'écran d'observation E suivant une droite OX perpendiculaire aux franges.

La position des franges sur l'écran peut être déterminée en calculant leurs abscisses $OP = x$ sur la droite OX .

Posons $|S_1S_2| = a$ (écartement des sources) et $d = |MO|$ (distance des sources à l'écran). Abaissons de P la perpendiculaire PH à S_1S_2 . Nous avons donc 2 triangles rectangles PHS_1 et PHS_2 et on a respectivement

$$\left. \begin{aligned} d_2^2 &= HS_2^2 + d^2 \\ d_1^2 &= HS_1^2 + d^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow d_2^2 - d_1^2 = HS_2^2 - HS_1^2 = H\vec{S}_2^2 - H\vec{S}_1^2$$

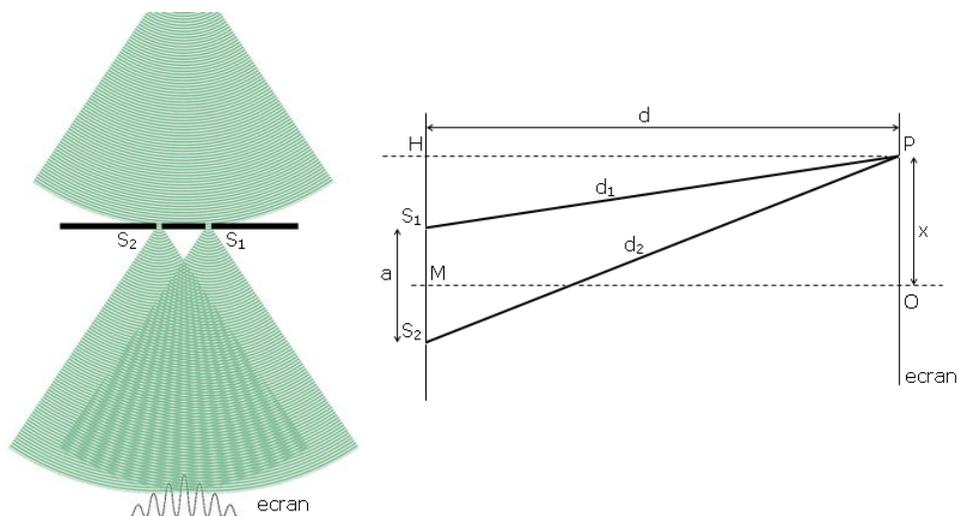


FIG. 9.2 – Schéma (à droite) et principe (à gauche) du calcul de l'interfrange correspondant à deux sources lumineuses monochromatiques.

Nous pouvons donc écrire

$$\begin{aligned}
 d_2^2 - d_1^2 &= (\vec{H}\vec{S}_1 + \vec{S}_1\vec{S}_2)^2 - HS_1^2 \\
 &= H\vec{S}_1^2 + \vec{S}_1\vec{S}_2^2 + 2\vec{H}\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_1\vec{S}_2 - HS_1^2 \\
 &= |S_1S_2|^2 + 2|S_1S_2| \cdot |HS_1| \\
 &= a^2 + 2a|HS_1| \\
 &= a^2 + 2a(|MH| - |MS_1|) \\
 &= a^2 + 2a(x - \frac{a}{2}) \\
 &= 2ax + a^2 - a^2 \\
 &= 2ax
 \end{aligned}$$

Les conditions d'obtention des franges imposent que a et x soient de l'ordre du millimètre et d de l'ordre du mètre. Comme $a \ll d_1, d_2, d$, et que l'angle entre d_1 et d_2 est très petit, on va faire l'approximation $d_1 + d_2 = 2d$.

Dès lors, la différence de marche Δ correspondant au point P vaut

$$\Delta = d_2 - d_1 = \frac{ax}{d}$$

9.4.1 abscisse des franges brillantes

Les milieux des franges brillantes sont des points d'amplitude maximale pour lesquels la différence de marche est de la forme $\Delta = n\lambda$. Les abscisses de ces points sont donc telles que $n\lambda = \frac{ax}{d}$ qu'on peut écrire

$$x = n \frac{\lambda d}{a}$$

À $n = 0$ correspond la frange centrale brillante située à la distance $x = 0$. Les autres franges brillantes ont leur milieu de part et d'autre de celle-ci, à des distances $x = \frac{\lambda d}{a}, 2 \frac{\lambda d}{a}, 3 \frac{\lambda d}{a}, \dots$

9.4.2 abscisse des franges sombres

Les milieux des franges obscures correspondent à des différences de marche de la forme $\Delta = (2n' + 1) \frac{\lambda}{2}$. Les abscisses de ces points sont donc telles que $(2n' + 1) \frac{\lambda}{2} = \frac{ax}{d}$ qu'on peut écrire

$$x = \frac{2n' + 1}{2} \frac{\lambda d}{a}$$

Les milieux des franges obscures sont donc de part et d'autre de la frange brillante à des distances $x = \frac{1}{2} \frac{\lambda d}{a}, \frac{3}{2} \frac{\lambda d}{a}, \frac{5}{2} \frac{\lambda d}{a}, \dots$

On voit que des franges de même nature sont équidistantes, l'interfrange valant

$$i = \frac{\lambda d}{a}$$

En conclusion, pour une lumière monochromatique donnée, les franges sont d'autant moins serrées que les sources S_1 et S_2 sont plus rapprochées l'une de l'autre et que le plan d'observation E est placé loin de ces sources. D'autre part, leur écartement est proportionnel à la longueur d'onde de la lumière utilisée.

9.5 Mesure des longueurs d'ondes des radiations visibles

Si le dispositif interférentiel est éclairé avec de la lumière jaune du sodium et si les données du montage sont $a = 1 \text{ mm}$ et $d = 1 \text{ m}$, la mesure de l'interfrange donne $i \approx 0,59 \text{ mm}$. On peut en déduire la valeur approchée de la longueur d'onde de la lumière émise par le sodium :

$$\lambda = \frac{ia}{d} = \frac{0,59}{1000} = 0,59 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = 590 \text{ nm}$$

Les longueurs d'ondes de la lumière visible varient de 400 nm (violet) à 750 nm (rouge).

Par exemple, on désigne par des lettres les raies des spectres de l'hydrogène et du sodium, elles correspondent aux longueurs d'ondes suivantes

<i>A</i>	rouge sombre	(hydrogène)	759 nm
<i>B</i>	rouge orangé	(sodium)	656 nm
<i>C</i>	jaune	(sodium)	589 nm
<i>D</i>	bleu-vert	(hydrogène)	486 nm
<i>E</i>	violet	(hydrogène)	397 nm

La connaissance de la longueur d'onde λ et de la célérité c de la lumière dans l'air, entraîne celle de la période T et de la fréquence ν de la vibration lumineuse.

Ainsi, pour une radiation moyenne (jaune orangé), cheminant dans l'air, on a comme données $\lambda = 600$ nm et $c = 3.10^8$ m/s. Donc, on déduit

$$T = \frac{\lambda}{c} = \frac{6.10^{-7}}{3.10^8} = 2.10^{-15} \text{ s}$$

$$\nu = T^{-1} = 5.10^{14} \text{ Hz}$$

On peut remarquer que la fréquence des ondes lumineuses est beaucoup plus grande que celle des ondes matériels, de plus elles se propagent beaucoup plus vite.

9.6 Conditions d'interférences

9.6.1 Sources cohérentes

Si au lieu de débouler le faisceau lumineux issu de la source S , on avait superposé les faisceaux provenant de deux sources fournissant la même lumière monochromatique, on n'aurait pas obtenu de franges d'interférences car les deux sources utilisées n'auraient pas émis des vibrations de même phase (ou plus généralement de différence de phase constante), c'est-à-dire qu'elles n'auraient pas constitué des sources cohérentes.

Le phénomène d'interférence en un point P ne peut s'observer que si la lumière provenant d'une source unique peut atteindre ce point par deux chemins différents.

C'est pourquoi, les dispositifs interférentiels sont conçus dans le but de réaliser, par réflexion, réfraction ou diffraction, le dédoublement d'une onde incidente unique puis la rencontre des deux ondes ainsi obtenues. Tout se passe alors comme si ces ondes provenaient de deux sources cohérentes.

9.6.2 Emploi d'une fente source

Si la source S , supposée ponctuelle, a en réalité une étendue, chacun de ses points lumineux donne un système d'interfranges dans le plan d'observation E et les chevauchements qui en résultent enlèvent en général toute netteté au phénomène observé. Par contre, si la source est une fente lumineuse très fine

parallèle à l'arrête commune des deux miroirs, les systèmes de franges ont respectivement leurs franges brillantes et leurs franges sombres superposées, ce qui donne une image lumineuse et nette.

9.7 Fringes en lumière blanche

Si la source S émet une lumière complexe, à chaque radiation correspond un système de franges, nécessairement décalé par rapport aux autres puisque l'interfrange est proportionnel à la longueur d'onde.

Seules les franges centrales correspondant toutes à une différence de marche nulle se superposent exactement.

Avec une source de lumière blanche, qui émet une infinité de radiations dont les longueurs d'ondes sont infiniment voisines, il y a une seule frange blanche centrale.

De part et d'autre de celle-ci, plusieurs couleurs se superposent, à la fois parce que les milieux des franges brillantes sont décalés et que chaque frange a une certaine largeur.

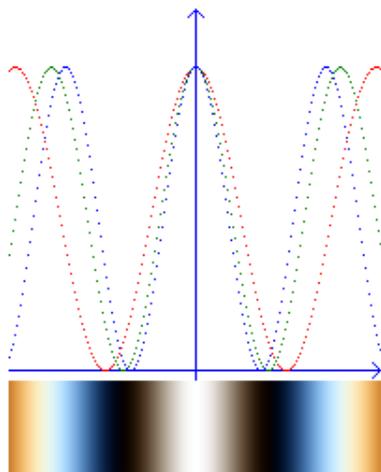


FIG. 9.3 – Schéma de répartition des franges colorées en lumière blanche

La couleur résultante en un point du plan d'observation des franges dépend des intensités relatives des radiations en ce point. L'œil étant particulièrement sensible au jaune voit quelques franges brillantes irisées où le jaune domine mais les couleurs vives s'estompent à mesure qu'on s'éloigne de la frange centrale car le nombre des radiations qui superposent leur maxima en un même point sont de plus en plus nombreuses.

Dans la région où se superposent toutes les couleurs principales de l'arc-en-ciel, l'œil a une impression de blanc qu'on appelle blanc d'ordre supérieur. Si, dans cette région, on remplace l'écran E par la fente d'un spectroscopie disposé parallèlement à la frange centrale, on observe un spectre cannelé, c'est-à-dire zébré d'étroites bandes obscures qui correspondent aux radiations pour lesquelles la fente du spectroscopie

est le milieu d'une frange obscure.

9.8 Autres dispositifs interférentiels

Ces dispositifs permettent d'obtenir des franges non localisées

9.8.1 Biprisme de Fresnel

Deux prismes de verre identiques d'angle $A = A'$ très petit (10 à 20') d'indice n sont accolés par leurs bases et ont une surface commune AA' . Ils donnent deux images virtuelles S_1 et S_2 de la source S . Ces images virtuelles se déduisent de cette source S par une rotation autour du point P d'un angle (SPS_1 et SPS_2) égal à la déviation

$$D \approx (n - 1)A$$

subie par les rayons issus de S .

Le faisceau incident donne deux faisceaux émergents de sommets respectifs S_1 et S_2 et qui se superposent partiellement, la partie commune est le champ d'interférence.

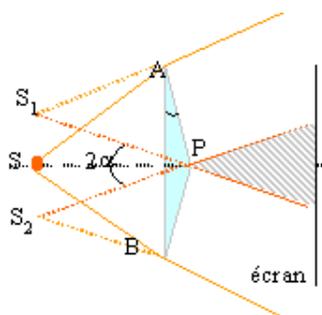


FIG. 9.4 – Principe du biprisme de Fresnel

9.8.2 Demi-lentille de Billet

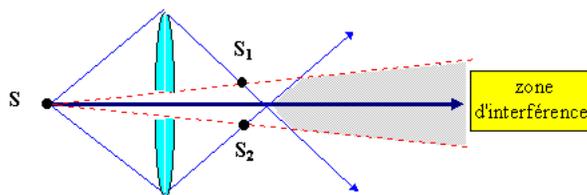


FIG. 9.5 – Principe de la demi-lentille de Billet

Une lentille mince L a été sciée suivant un diamètre et les deux moitiés sont légèrement écartées l'une de l'autre. Une fente fine S éclairée en lumière monochromatique est placée parallèlement au plan de la lentille et au plan de section. On obtient ainsi deux faisceaux de sommets S_1 et S_2 (images réelles de S) dont la partie commune est le champ d'interférence.

9.8.3 Fentes de Young

Entre la fente source S éclairée en lumière monochromatique et l'écran E , on place un autre écran mince E' percé de deux fentes fines S_1 et S_2 parallèles à S et distantes l'une de l'autre d'environ 1 mm . La lumière issue de S est diffractée par S_1 et S_2 en deux faisceaux qui semblent provenir de ces deux fentes et dont la partie commune constitue le champ d'interférence.

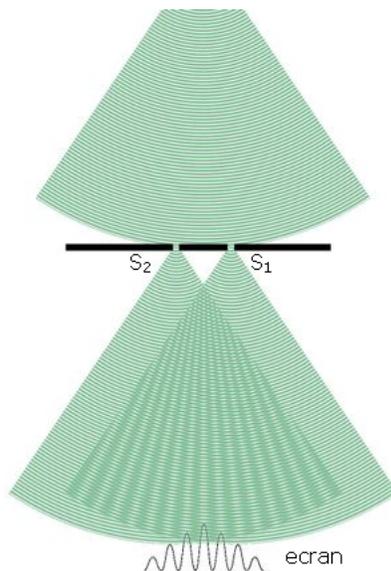


FIG. 9.6 – Principe des Fentes de Young

Chapitre 10

Diffraction

10.1 Existence des phénomènes de diffraction

Une petite ouverture éclairée par un faisceau lumineux se comporte comme une source lumineuse qui émet de la lumière dans toutes les directions. Soit une feuille mince percée d'un trou d'épingle O et éclairé fortement par la lumière blanche issue d'une source S et concentrée en O par une lentille convergente L .

Lorsque la lumière se réfléchit sur un objet par exemple, en regardant à travers un rideau, on peut observer des figures de diffraction. Elle résulte de la diffraction de la lumière par le rideau, dont le tissu constitue tout un ensemble d'ouvertures carrées. La mesure de l'angle entre la tache centrale et sa voisine permet d'obtenir le pas du rideau.

Les irisations des taches proviennent du fait que chaque longueur d'onde construit sa propre figure de diffraction, légèrement différente de celle d'une longueur d'onde voisine. Les endroits où les figures coïncident sont blancs (en particulier la tache centrale), les autres sont colorés.

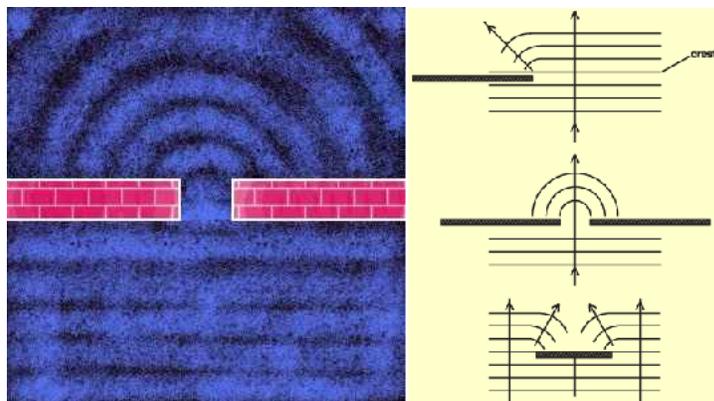


FIG. 10.1 – Illustration du principe de diffraction.

D'après les lois de l'optique géométrique, on doit s'attendre à n'observer de la lumière que dans le cône OAB défini par les bords de la lentille. Or, si l'on place l'oeil en un point P , même très éloigné de

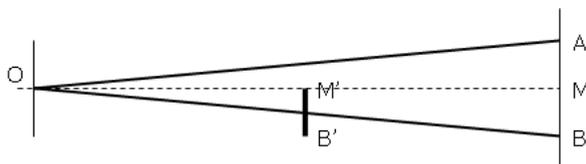


FIG. 10.2 – Soit une source ponctuelle O éclairant un écran AB . On place un écran opaque $M'B'$ tel que représenté sur le schéma.

ce cône, l'orifice O apparaît nettement comme lumineux. L'orifice envoie donc de la lumière dans toutes les directions et se comporte comme une source lumineuse.

Si l'on reçoit la lumière émise par la source ponctuelle O sur un écran blanc AB placé à 2 ou 3 m de O et que l'on dispose un écran opaque $M'B'$ limité par un bord rectiligne bien net, on constate que, contrairement aux lois de l'optique géométrique suivant lesquelles l'écran devrait être séparé en deux parties, l'une éclairée et l'autre sombre, limitées par la droite $M'M$, projection du bord M de l'écran opaque, la lumière pénètre dans l'ombre géométrique (dans la zone $M'MB$ tandis qu'apparaissent, à l'extérieur de la zone d'ombre mais au voisinage de sa limite, une série de franges colorées.

Si l'écran à bord rectiligne $M'B'$ est remplacé par un petit écran circulaire, on aperçoit une série de franges circulaires. Ces dernières peuvent également être obtenues en employant un écran percé d'une ouverture circulaire.

Ces diverses observations montrent que la propagation de la lumière ne se fait pas suivant la loi de la propagation rectiligne admise en optique géométrique. Les phénomènes précédents ne s'expliquent que si l'on fait intervenir la nature ondulatoire de la lumière. Celle-ci se propage de proche en proche à travers l'espace et chacun des points atteint par la vibration lumineuse devient à son tour source de vibrations (principe d'Huygens). On peut alors comprendre que la lumière peut pénétrer dans l'ombre géométrique. Les franges de diffraction résultent des interférences qui se produisent entre les vibrations provenant des différents points du front d'onde.

Le principe d'Huygens dit qu'un point P atteint par une vibration issue d'une source S peut être considéré comme une source.

L'amplitude et la phase de cette nouvelle source sont précisément celles de la vibration produite en P par la source S . Cette hypothèse simple qui est à la base de tous les calculs interférentiels porte le nom de postulat de Fresnel.

10.2 Diffraction par une fente étroite

Si l'on envoie un faisceau lumineux sur une fente rectangulaire étroite, chacun des points de la fente devient un centre de vibrations.

Les interférences dues aux vibrations issues des points de la fente donnent naissance à des franges de diffraction. La figure de diffraction obtenue sur un écran parallèle au plan de la fente se compose de franges rectilignes parallèles à la longueur de la fente, les franges s'observent dans l'ombre géométrique de la fente, et dans cette région, les franges obscures sont presque complètement noires tandis que les franges brillantes sont de moins en moins lumineuses à mesure qu'on s'écarte du centre de la figure de diffraction.

L'interfrange est, comme dans le cas des miroirs de Fresnel, proportionnel à la longueur d'onde de la vibration lumineuse.

Cependant, il faut remarquer une différence. Les franges noires occupent la position des franges d'interférences brillantes qui seraient fournies par deux sources cohérentes coïncidant avec les bords de la fente de diffraction.

10.3 Diffraction par un réseau plan

Un réseau plan est un système constitué par un grand nombre de fentes fines parallèles situées dans un même plan, égales et équidistantes.

Un réseau est par exemple une lame de verre portant des traits équidistants et parallèles. Un disque compact agit comme un réseau de diffraction : on observe des irisations colorées sur le disque.

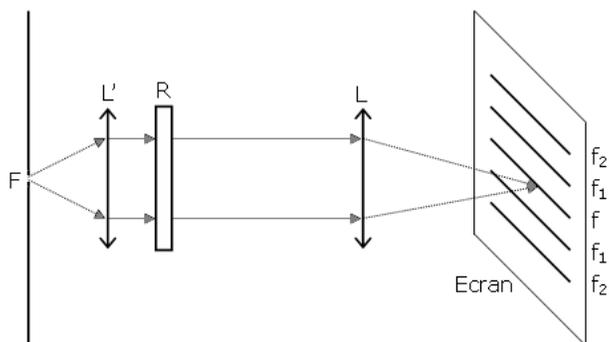


FIG. 10.3 – Image d'une fente lumineuse monochromatique passant à travers un réseau.

Si la distance entre les traits est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde de la lumière, le réseau permet d'obtenir des figures de diffraction.

- Si l'on envoie de la lumière blanche, le réseau décompose la lumière à la manière d'un prisme. C'est le phénomène qui se produit sur les disques compacts, la lumière est diffractée par les variations qui forment les bits et qui jouent le rôle des traits du réseau.
- Si l'on envoie une seule longueur d'onde (lumière monochromatique), le réseau réfléchit plusieurs taches. la direction de réflexion des taches dépend de la distance entre les traits et de la longueur d'onde.

Soit f l'image d'une fente lumineuse F monochromatique donnée par une lentille convergente L sur un écran E . Si l'on dispose un réseau R entre la fente et la lentille, on obtient, de part et d'autre de l'image primitive f et à des distances égales des franges brillantes f_1, f_2, f_3, \dots appelées respectivement franges du premier, deuxième, troisième ordre, ...

Ces images f_1, f_2, f_3, \dots sont dues à l'interférence des faisceaux diffractés par les traits du réseau.

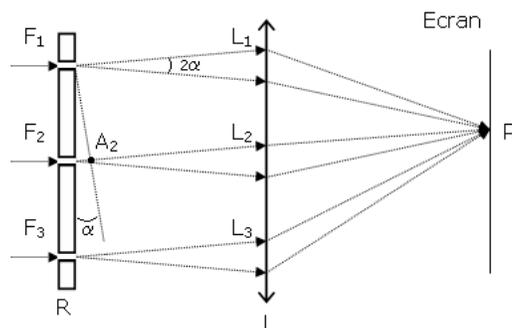


FIG. 10.4 – Illustration de la différence de marche qu'il existe entre deux rayons issus de deux fentes consécutives d'un réseau.

En lumière blanche, on observait de part et d'autre d'une frange centrale blanche des spectres du premier, second, ... ordres.

Les fentes F_1, F_2, F_3, F_4 situées sur le réseau R appartiennent au même front d'onde, en particulier les ondes F_1L_1, F_2L_2 issues de F_1 et F_2 sont cohérentes. Au point P situé sur l'écran E , ces ondes interfèrent. L'onde issue de F_2 parcourt un trajet plus long que celle issue de F_1 , elle accusera donc par rapport à cette dernière un déphasage en P .

Donc, l'amplitude du phénomène résultant en P dépend de la différence de marche Δ des deux ondes (Δ est aussi appelé *différence de chemin optique*).

Pour un faisceau de rayons parallèles focalisés par une lentille convergente, le chemin optique le plus long de n'importe quel rayon est le même lorsque ce chemin est compris entre un plan perpendiculaire au faisceau incident et le point où convergent les rayons après passage à travers la lentille.

Donc le chemin optique est le même pour tous les rayons F_1P_1, F_2P_2, \dots perpendiculaires au réseau et convergent en f pour y former la frange centrale brillante.

Par contre, les rayons F_1L_1, F_2L_2, \dots obliques au réseau présentent l'un par rapport au suivant une différence de chemin optique Δ constante.

Pour les rayons F_1L_1 et F_2L_2 cette différence de marche est égale à $|F_2A_2| = b \sin \alpha$ où b est la distance entre les milieux de deux fentes consécutives du réseau (b est encore appelé « *période* » du réseau).

On a donc

$$\Delta = b \sin \alpha = n\lambda$$

Pour $n = 0$, on obtient la frange centrale f , pour $n = 1, 2, 3$ les franges du 1^{er}, 2^{eme} et 3^{eme} ordres.

10.4 Mesure des longueurs d'onde

Dans le cas de la diffraction par une fente étroite, l'interfrange est donné par une formule analogue à celle vue précédemment. On a

$$i = \frac{\lambda d}{a}$$

où d est la distance entre la fente et l'écran et a est la largeur de la fente. On déduit facilement λ .

Dans le cas de la diffraction par un réseau, la détermination de la longueur d'onde se fait en mesurant l'interfrange i , par exemple entre la frange centrale et la frange brillante du premier ordre. Elle correspond à $n = 1$ et donc à une différence de marche

$$b \sin \alpha = \lambda$$

où b est la caractéristique du réseau et peut être déterminé à l'aide d'un microscope.

Soit f la distance focale de la lentille L . Puisque l'écran est placé dans le plan focal de cette dernière, f est aussi la distance qui sépare la lentille L de l'écran E , elle peut aussi être mesurée.

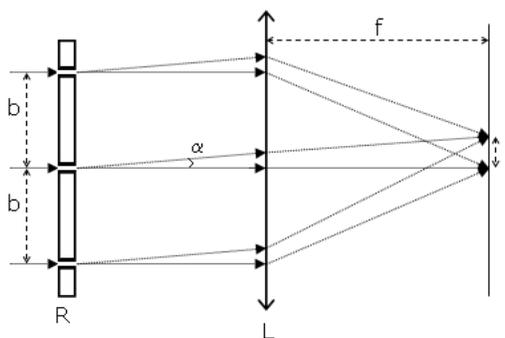


FIG. 10.5 – La caractéristique du réseau, b , correspond à la distance entre deux fentes successives.

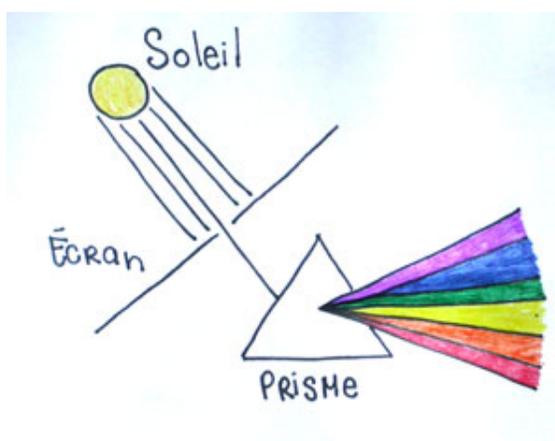
On a $\tan \alpha = \frac{i}{f}$ et comme $\alpha \ll 1$, on a $\tan \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha$ et donc $\alpha = \frac{i}{f}$. La formule $b \sin \alpha = \lambda$ devient, pour α petit, $b\alpha = \lambda$ et finalement, on obtient

$$\lambda = \frac{b i}{f}$$

10.5 Spectre de diffraction

La diffraction de la lumière par un réseau est un procédé utilisé pour obtenir le spectre pur d'une source lumineuse.

La spectroscopie est la science de l'étude des spectres. La science de la spectroscopie est une des sciences les plus utilisées dans l'astronomie, car elle peut être utile pour définir la composition chimique et la température de plusieurs objets célestes. Pour obtenir toute ces informations nous devons en premier lieu obtenir un spectre à l'aide d'un réseau de diffraction ou d'un prisme.



Les spectres fournis par un prisme et un réseau sont différents.

Un prisme donne un spectre dans lequel le violet est plus étalé que le rouge. Au contraire, dans le spectre d'un réseau, la distance entre deux raies est proportionnelle à la différence de leurs longueurs d'onde : un tel spectre est dit normal.

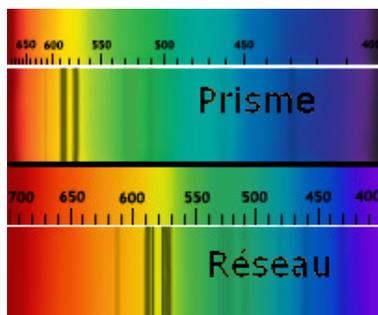


FIG. 10.6 – Représentation schématisée des déviations pour les mêmes longueurs d'ondes dans le cas du prisme et du réseau : le violet est plus étalé pour le prisme, le réseau présente un étalement plus « régulier ».

Les spectroscopes à prisme sont plus lumineux que ceux à réseaux, mais ces derniers permettent plus

facilement la séparation de deux lumières de longueurs d'onde voisines.

10.6 Aspect des franges en lumière monochromatique et en lumière blanche

Dans le cas de la lumière monochromatique, les franges sont séparées d'un pas constant. Le cas de la lumière blanche est illustré ci-dessous.

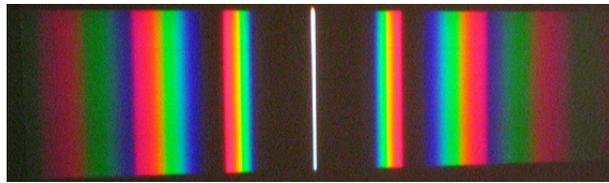


FIG. 10.7 – Répartition des franges en lumière blanche.

Chapitre 11

Polarisation

11.1 Polarisation par réflexion

11.1.1 Propriété de symétrie de la lumière naturelle

Soit un faisceau étroit de lumière naturelle (émis par exemple par un arc électrique) qui tombe sur la face antérieure d'une lame de verre M . Le faisceau réfléchi rencontre un écran diffusant E , perpendiculaire à la direction incidente SI et éclaire une petite portion de surface s .

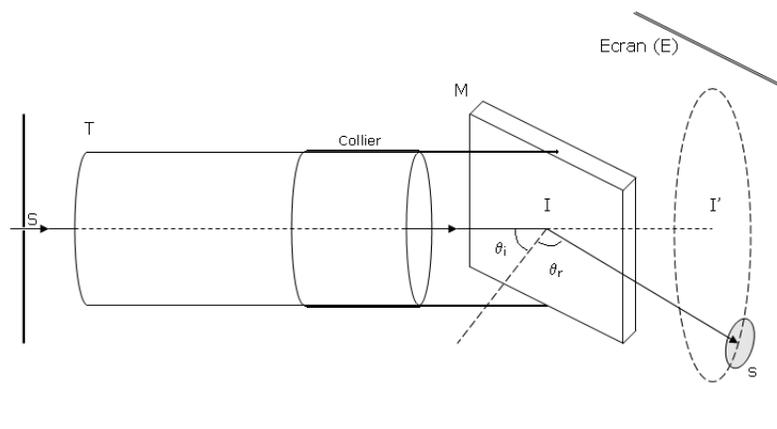


FIG. 11.1 – Polarisation de la lumière. S : source de lumière naturelle (faisceau cylindrique). M : miroir de verre noirci dans sa masse pour absorber la lumière réfractée. E : écran diffusant

Si l'on fait tourner le miroir M autour de la droite SI qui définit la direction de propagation de la lumière naturelle, l'angle d'incidence et, par conséquent, l'angle de réflexion, restent constants. Dès lors, le centre de la surface s décrit sur l'écran E une circonférence dont le centre est à l'intersection I' de la droite SI et du plan E .

On constate que l'éclairement de la tache s ne varie pas au cours de la rotation. On conclut que la lumière naturelle présente une symétrie de révolution autour de sa direction de propagation. Cette propriété est générale : une lumière émise par une source quelconque dans un milieu transparent, homogène

et isotrope, a la symétrie de révolution autour de sa direction de propagation.

Cette symétrie disparaît après une réflexion de la lumière naturelle sur la surface de séparation de deux milieux transparents homogènes et isotropes (réflexion « vitreuse »).

La manifestation la plus simple de polarisation est celle d'une onde plane, qui est une bonne approximation de la plupart des ondes lumineuses. Comme toute onde électromagnétique qui se propage, elle est constituée d'un champ électrique et d'un champ magnétique tous deux perpendiculaires à la direction de propagation :

- Onde lumineuse avec champ magnétique et champ électrique à angle droit l'un de l'autre (dans le cas d'une polarisation rectiligne).
- Onde lumineuse avec champ magnétique \vec{B} et champ électrique \vec{E} à angle droit l'un de l'autre (dans le cas d'une polarisation rectiligne).

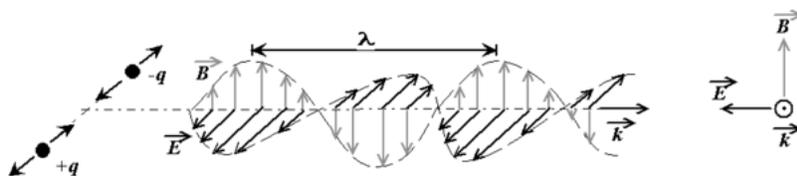


FIG. 11.2 – Décomposition de lumière polarisée en un champ électrique \vec{E} et un champ magnétique \vec{B} , perpendiculaires à \vec{k} , qui est le vecteur d'onde indiquant la direction de propagation de celle-ci.

On décide, par convention, d'ignorer le champ magnétique par la suite, car il peut être déterminé à partir du champ électrique. On considère donc uniquement le champ électrique \vec{E} perpendiculaire à la direction de propagation.

La figure décrite par le champ électrique est alors une ellipse, qui peut devenir un cercle, ou s'aplatir en une ligne. Ces différentes formes définissent l'état de polarisation de l'onde : on dit que l'onde est polarisée elliptiquement, circulairement ou rectilignement.

De plus, cette onde se propage, donc l'ellipse décrite par le champ \vec{E} est en réalité une hélice.

11.1.2 Polarisation de la lumière par réflexion vitreuse

Si l'on fait arriver sur un miroir M' un faisceau lumineux II' ayant subi une première réflexion vitreuse en I sur le miroir M identique à M' , et si, laissant M fixe, on fait tourner M' autour de II' , on constate que l'éclairement de la tache s varie de façon continue et qu'il présente

- un maximum dans les positions pour lesquelles les deux plans d'incidence SII' et $II'P$ sont parallèles (P est le centre de la tache s),
- un minimum dans les positions pour lesquelles ces deux plans sont perpendiculaires.

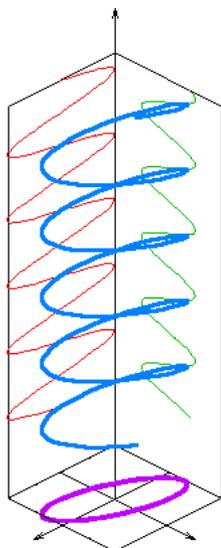


FIG. 11.3 – Propagation d'une onde polarisée elliptiquement : la trajectoire est une hélice.

Si l'on donne aux angles d'incidence θ_i et θ'_i des valeurs égales, voisines de 57° , l'éclairement devient nul pour les 2 positions correspondant aux minima, ce qui prouve que la seconde réflexion en I' éteint complètement le faisceau lumineux.

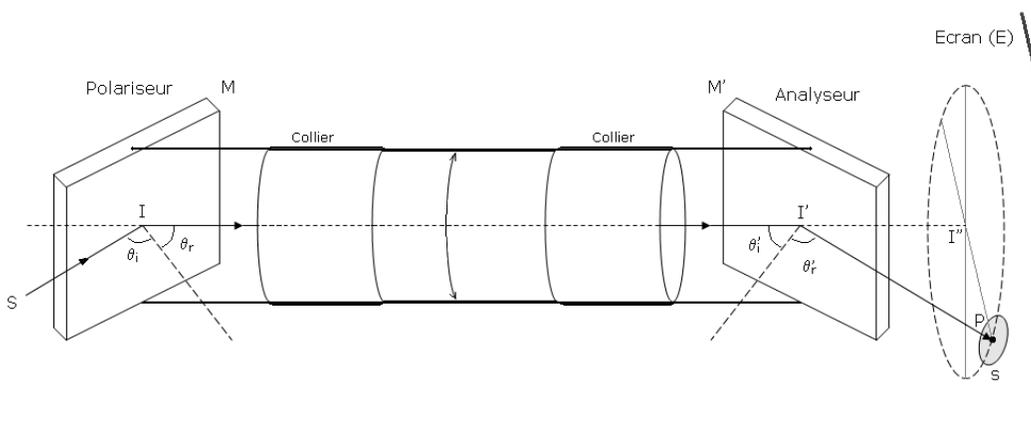


FIG. 11.4 – Polarisation de la lumière par réflexion vitreuse : polariseur et analyseur.

Cette valeur particulière des angles d'incidence, que l'on trouve par tâtonnements, est dite incidence brewstérienne, du nom du physicien anglais Brewster qui en a découvert le premier la propriété.

Conclusion : une réflexion vitreuse fait perdre à la lumière la symétrie de révolution autour de sa direction de propagation. La lumière réfléchi n'est plus de la lumière naturelle : elle est dite polarisée.

Le miroir M , qui polarise la lumière naturelle est un polariseur. Le miroir M' qui permet de mettre en évidence la polarisation de la lumière qu'il reçoit est un analyseur.

Dans le cas de l'incidence brewstérienne, la polarisation est complète. Par contre, on dit que la polarisation n'est que partielle lorsque les deux minima d'éclairement observés au cours d'une rotation complète de l'analyseur ne sont pas nuls.

Remarques :

1. L'angle d'incidence θ_i , pour lequel la réflexion sur un corps isotrope tel que le verre, polarise complètement la lumière naturelle, satisfait à la relation

$$\tan \theta_i = n$$

où n est l'indice de réfraction du corps par rapport à l'air.

Pour le verre ordinaire, $n \approx 1,54$ et on a donc $\theta_i = 57^\circ$.

L'indice de réfraction n varie un peu d'une radiation à une autre (il augmente du rouge au violet) mais la variation de l'incidence brewstérienne qui en résulte est trop faible pour perturber l'observation de sorte qu'en général, on peut employer de la lumière blanche dans les expériences de polarisation.

2. A tout rayon incident i correspond un rayon réfléchi r et un rayon réfracté t . L'angle de réfraction θ_t satisfait à la loi de Descartes

$$\sin \theta_i = n \sin \theta_t$$

Dans le cas de l'incidence brewstérienne, on a de plus

$$\tan \theta_i = n \quad \text{ou} \quad \sin \theta_i = n \cos \theta_t$$

d'où $\sin \theta_t = \cos \theta_i$ et par conséquent

$$\theta_t = 90^\circ - \theta_i$$

Donc, pour l'incidence brewstérienne, le rayon réfléchi est perpendiculaire au rayon réfracté.

3. Si la réflexion de la lumière a lieu sur une surface métallique, la polarisation n'est jamais complète et il n'y a plus de réfraction.

11.1.3 Loi de Malus

L'éclairement de la tache s que forme sur l'écran E le faisceau réfléchi par l'analyseur M' varie comme l'intensité I de la lumière de ce faisceau. Dans le cas de l'incidence brewstérienne, cette intensité varie de manière continue avec la rotation du miroir.

Soit I_0 l'intensité maximale, c'est-à-dire l'intensité de la lumière lorsque les plans d'incidence SII' et $II'P$ sont parallèles : le rapport $\frac{I}{I_0}$ de l'intensité I correspond à une valeur quelconque maximale I_0 peut être mesurée avec une cellule photoélectrique.

On trouve que ce rapport est proportionnel au carré du cosinus de l'angle α . C'est ce que traduit la loi de Malus :

$$\frac{I}{I_0} = \cos^2 \alpha$$

Remarque : la réflexion vitreuse permet d'obtenir facilement de la lumière polarisée : mais par suite de la réfraction, le faisceau réfléchi ne présente qu'une très faible partie de l'intensité du faisceau incident. Cette fraction dépend de l'angle d'incidence θ_i et de la surface réfléchissante (elle est de 8% environ pour le verre ordinaire à l'incidence brewstérienne). Par conséquent, un miroir de verre fournit un faisceau de lumière polarisée qui est en général trop peu intense pour être utilisé dans les travaux de laboratoire.

11.1.4 Interprétation du phénomène de polarisation

Premièrement, l'interprétation des interférences lumineuses a conduit à considérer une radiation lumineuse monochromatique comme une vibration sinusoïdale représentée par une fonction de la forme

$$a(t) = a \sin(\omega t + \phi)$$

Le phénomène de polarisation de la lumière ne s'explique que si l'on admet en plus que les vibrations lumineuses sont transversales, c'est-à-dire qu'en tout point d'un rayon lumineux, la grandeur $a(t)$ est la norme d'un vecteur $\vec{a}(t)$ perpendiculaire au rayon lumineux, donc à la direction de la propagation.

En effet, dans le cas simple d'une lumière monochromatique subissant en I une réflexion vitreuse sous l'incidence brewstérienne θ_i , le vecteur $\vec{a}(t)$, représentatif de la vibration lumineuse, aurait, s'il n'était pas transversal, une composante suivant le rayon réfléchi II' . Pour cette composante, l'effet de la rotation de l'analyseur autour de II' serait inexistant et on n'observerait jamais l'extinction du rayon réfléchi $I'R$ et ce, quelle que soit la valeur de l'incidence sur l'analyseur.

Deuxièmement, ayant admis que le vecteur lumineux $\vec{a}(t)$ se trouvait dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation de la lumière, il reste à préciser la direction du vecteur dans ce plan.

En ce qui concerne la lumière naturelle, la symétrie de révolution autour de la direction de propagation indique que toutes les directions sont équivalentes.

Quant à la lumière complètement polarisée, toutes ses propriétés s'interprètent aisément en admettant que la direction du vecteur lumineux est parfaitement déterminée. Expériences et calculs ont montré que cette direction est perpendiculaire au plan d'incidence du miroir polariseur.

Ainsi, en tout point d'un rayon de lumière complètement polarisée, le vecteur $\vec{a}(t)$ est parallèle à une direction fixe perpendiculaire au plan d'incidence. Pour cette raison, la polarisation totale est encore appelée polarisation rectiligne.

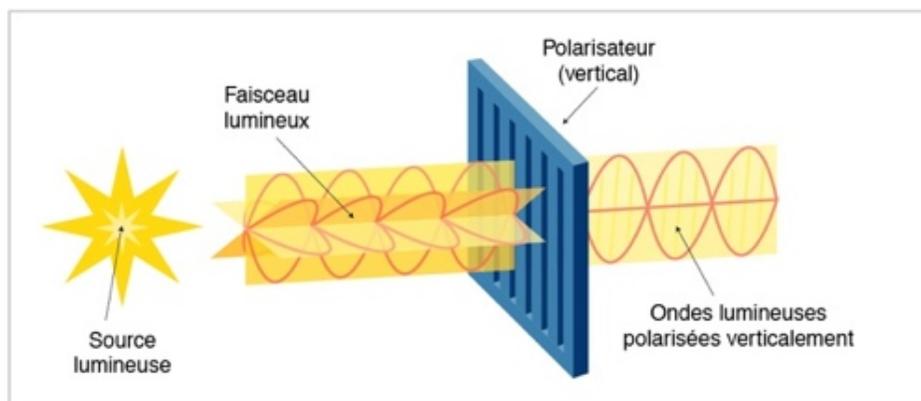


FIG. 11.5 – Une incidence brewstérienne sur une surface réfléchissante équivaut au passage de la lumière à travers un réseau de fines lames. le champ électrique $\vec{a}(t)$ sortant est parallèle aux lames.

Quand l'incidence n'est pas brewstérienne, la direction du vecteur lumineux, en tout point du rayon réfléchi, n'est pas unique, mais la direction perpendiculaire au plan d'incidence est privilégiée : l'amplitude de la vibration lumineuse est plus grande dans cette direction que dans les autres. Cela explique le phénomène de polarisation partielle (elliptique).

11.1.5 Plan de polarisation

Le système formé par le rayon incident SI et le miroir M possède un plan de symétrie : le plan d'incidence SII' . Ce plan contient le rayon réfléchi et est un plan de symétrie pour la vibration lumineuse correspondant au rayon polarisé : on l'appelle plan de polarisation du rayon lumineux II' .

Le plan de polarisation du second polariseur M' (analyseur) est le plan $II'P$, où P est le centre de la tache lumineuse s .

Les plans de polarisation des miroirs ne sont rien d'autre que les plans d'incidence sur ces miroirs. Par conséquent, on sait qu'on peut éteindre un faisceau de lumière polarisée en le recevant sur un second polariseur orienté de façon que le plan de polarisation $II'P$ qui lui correspond soit normal au plan de polarisation SII' du faisceau lumineux.

11.2 Polarisation par double réfraction

11.2.1 Action d'une lame biréfringente sur la lumière naturelle

Une lame isotrope à faces parallèles (lame de verre, plexiglas, eau, alcool, ...) donne d'un objet quelconque une image unique. Par contre, une lame de spath d'Islande ($CaCO_3$ cristallisé) fournit deux images d'un même objet : une telle lame est dite biréfringente.

La biréfringence provient de l'anisotropie des milieux cristallisés. La plupart des cristaux (sauf ceux cristallisant dans le système cubique) sont biréfringents (cristal de quartz, de nitrate de sodium).

Le dédoublement de l'image trouve son origine dans le fait qu'à tout rayon incident, le dioptre air - cristal fait correspondre deux rayons réfractés.

Le spath d'Islande se présente sous forme de rhomboèdres. Un de ces rhomboèdres peut être considéré comme un cube qui a été aplati suivant une diagonale AA' de sorte que les six faces sont des losanges égaux et que les trois angles des faces qui se réunissent au sommet A soient égaux. Dans le cas du spath d'Islande, cet angle vaut $101^{\circ}53'$.

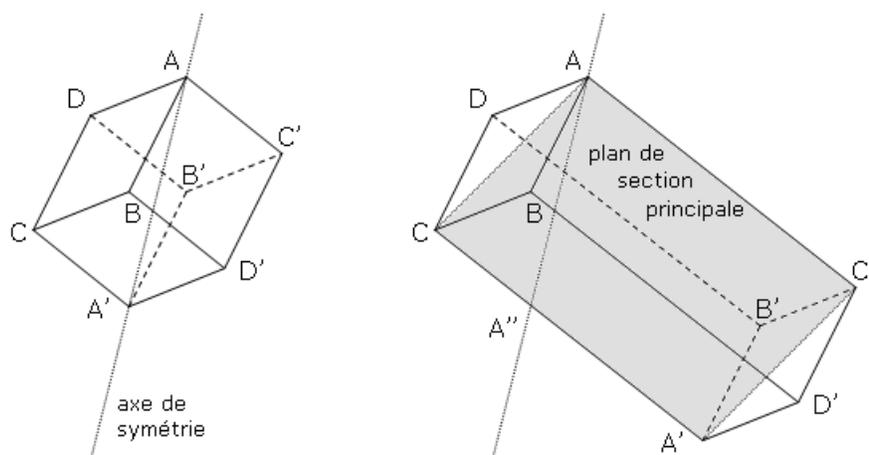


FIG. 11.6 – À gauche, cube aplati suivant la diagonale AA' , les faces sont des losanges. À droite, cube aplati et étiré, les faces sont des parallélogrammes.

La forme d'un cristal est déterminée par ses angles et les longueurs des arêtes ne sont pas définies : les faces des cristaux de spath ne sont pas nécessairement des losanges mais peuvent être des parallélogrammes à côtés inégaux dont les angles en A sont toujours de $101^{\circ}53'$. Dans un cube, les quatre diagonales sont des axes de symétrie ternaire. Dans le rhomboèdre, seule la diagonale AA' possède cette propriété : si l'on fait tourner la figure d'un angle $\frac{2\pi}{3}$ autour de cet axe, elle reprend une position qui coïncide avec la position initiale.

Dans le cristal de spath, les arêtes ne sont pas nécessairement égales, il n'y a pas d'axe géométrique, mais la direction AA'' , qui forme des angles égaux avec les trois faces passant par le point A , n'en reste pas moins un axe de symétrie ternaire, en ce sens qu'une rotation de $\frac{2\pi}{3}$ autour d'une droite parallèle à AA'' ramène les faces à des positions parallèles à leurs positions primitives. Cette direction s'appelle la direction de l'axe optique du cristal. Un cristal, toujours limité par deux faces parallèles $ABCD$ et $A'B'C'D'$, constitue au point de vue optique, pour un rayon qui le traverse de l'une à l'autre de ces faces, une lame à faces parallèles : on appelle plan de section principale du cristal, tout plan contenant les directions AA'' de l'axe et la normale à la face d'entrée du rayon.

Si l'on fait arriver sur la face $ABCD$ un faisceau étroit de lumière naturelle formé de rayons normaux à cette face et donc contenus dans un plan de section principale, on observe deux faisceaux émergents :

1. Un faisceau ordinaire, satisfaisant aux lois de la réfraction. L'incidence étant ici normale, le faisceau émergent prolonge le faisceau incident.
2. Un faisceau extraordinaire qui subit un déplacement latéral tout en restant dans le plan de section principale.

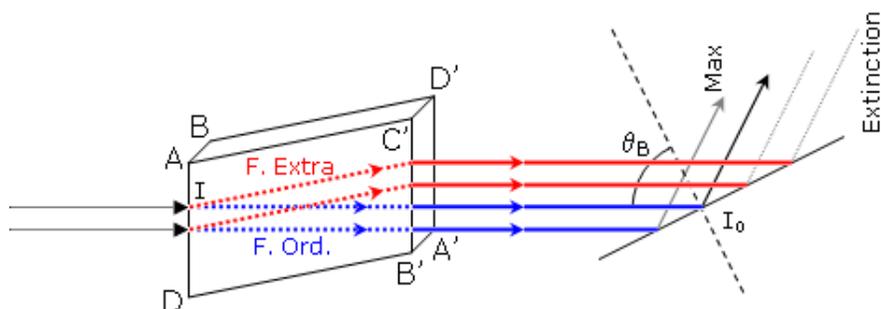


FIG. 11.7 – La lame biréfringente $ABCD A'B'C'D'$ peut tourner autour de l'axe II'

En faisant tourner la lame biréfringente autour de la direction d'incidence, sa face d'entrée $ABCD$ demeurant perpendiculaire à cette direction, on voit le pinceau extraordinaire tourner autour du pinceau ordinaire, celui-ci demeurant inchangé.

Les deux pinceaux émergents ont la même intensité lumineuse, mais si on les reçoit sur un miroir M' disposé sous l'incidence brewstérienne, on constate que les deux faisceaux réfléchis n'ont pas en général la même intensité, ce qui montre que les rayons transmis par le cristal sont polarisés. Le cristal de spath est le polariseur, le miroir M' l'analyseur. En faisant tourner ce dernier autour de la direction des rayons qu'il reçoit, on constate que le faisceau extraordinaire est éteint quand le plan d'incidence coïncide avec le plan de section principale et que le faisceau ordinaire est éteint lorsque ces deux plans sont perpendiculaires.

Illustration (voir figure 11.8) : le spath d'Islande est un cristal rhomboédrique, dont les six faces sont des parallélogrammes (dans la figure, ce sont des losanges), dont les angles obtus valent $101^{\circ}53'$. Lorsqu'on le place sur un texte, on voit que l'image se dédouble. Si on fait tourner le cristal, on constate que l'image qui se superpose à la ligne tracée sur la feuille reste immobile, c'est l'image ordinaire, tandis que l'autre, appelée l'image extraordinaire, tourne et disparaît lorsque le trait tracé sur la feuille est orienté suivant la bissectrice des angles obtus de la base du cristal. Le plan $AA'B$, normal à la base et à la face supérieure (voir figure 11.6), dans lequel l'image ordinaire et l'image extraordinaire se superposent au trait original, est le plan de section principale.

Conclusions : les deux faisceaux transmis par le prisme biréfringent sont polarisés à angle droit, le plan de polarisation du faisceau ordinaire est le plan de section principale, le plan de polarisation du fais-

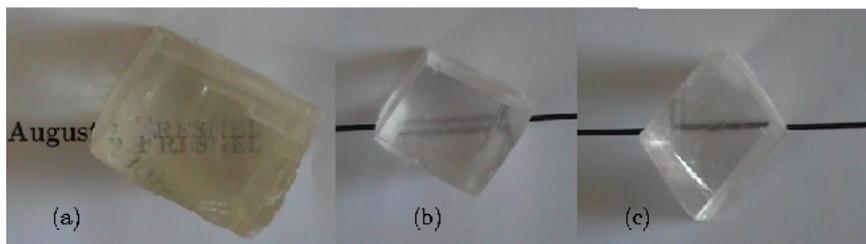


FIG. 11.8 – Spath d’Islande : biréfringence.

ceau extraordinaire est le plan perpendiculaire. La direction du vecteur lumineux est perpendiculaire au plan de section principale pour un faisceau ordinaire, dans le plan de section principale pour un faisceau extraordinaire.

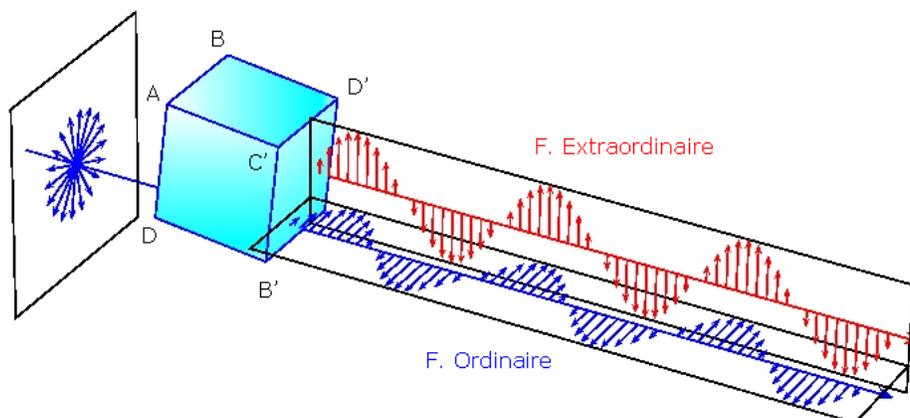


FIG. 11.9 – le faisceau extraordinaire se trouve dans le plan de section principale et le faisceau ordinaire est perpendiculaire à ce plan (et donc au faisceau extraordinaire).

11.2.2 Polariseur et analyseur de Nicol

Pour obtenir de la lumière polarisée rectilignement, on peut avant agencement, remplacer le miroir de verre, peu lumineux, par une lame biréfringente qui donne des faisceaux polarisés beaucoup plus intenses et de même direction que le faisceau incident.

La juxtaposition de deux faisceaux émergents polarisés différemment est souvent gênante, c’est pourquoi on supprime le faisceau ordinaire grâce à un artifice dû au physicien anglais Nicol.

Pour obtenir un prisme de Nicol, on taille un cristal de spath en forme de parallélépipède oblique assez allongé. On le scie suivant le plan diagonal AA' perpendiculaire à la section principale, puis on recolle les deux parties à l’aide d’une mince couche de baume du Canada (une résine de sapin).

Un rayon incident SI contenu dans le plan de section principale est dédoublé par le dioptre d'entrée AC en un rayon ordinaire et un rayon extraordinaire. Le rayon ordinaire IO est plus dévié que le rayon extraordinaire, comme si le spath présentait pour le premier un indice de réfraction plus grand que pour le second. Le rayon ordinaire arrive donc sur la section diagonale AA' sous un angle d'incidence plus grand. D'autre part, le passage du spath au baume correspond pour lui au passage d'un milieu d'indice élevé à un milieu d'indice moins élevé. La longueur du prisme est choisie telle que le rayon ordinaire subisse en O la réflexion totale et soit absorbé par un enduit noir recouvrant les faces latérales (les dimensions du prisme sont telles que $|AB| = |AD|$ et que $|AC'| \approx 3|AB|$). Pour le rayon extraordinaire au contraire, le passage du spath au baume correspond au passage d'un milieu d'indice faible à un milieu d'indice plus élevé, il n'est pas réfléchi et vient, après avoir traversé entièrement le cristal, donner un rayon émergent $I'P$ parallèle au rayon incident. Ce rayon est complètement polarisé et son plan de polarisation est perpendiculaire au plan de section principale (le vecteur lumineux est parallèle au plan de section principale).

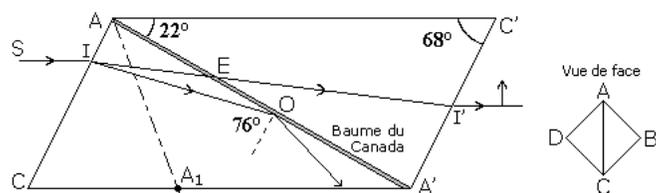


FIG. 11.10 – Polariseur de Nicol. Le rayon SI pénètre par la face $ABCD$. On représente le polariseur Nicol dans le plan $ACA'C'$ qui est le plan de la section principale. À droite, vue de face : le segment $[AC]$ correspond à la section principale.

Soit un faisceau lumineux qui traverse deux polariseurs de Nicol. Le premier joue le rôle de polariseur, le second celui d'analyseur.

Si les sections principales des deux polariseurs sont parallèles, l'analyseur transmet pratiquement toute la lumière polarisée qu'il reçoit.

Si les sections principales sont perpendiculaires (les Nicols sont dits croisés), il y a au contraire extinction de la lumière reçue.

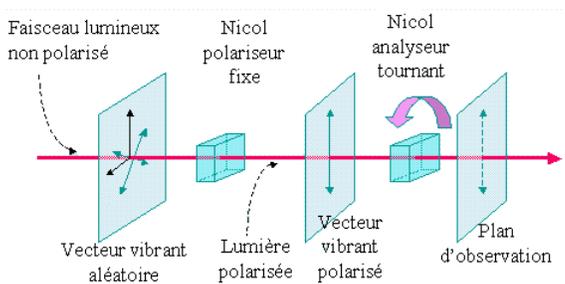


FIG. 11.11 – Selon que l'angle formé entre les deux Nicols est nul ou proche de 90° , le faisceau transmis est respectivement maximum ou minimum.

Si les sections principales des deux Nicols font un angle quelconque, l'analyseur ne transmet qu'une partie de la lumière qu'il reçoit du polariseur : la partie qui correspond à la composante du vecteur lumineux $\vec{a}'(t) = \vec{a}(t) \cos \alpha$ contenue dans la section principale de l'analyseur.

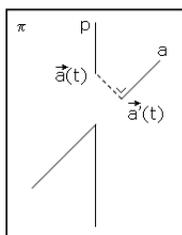


FIG. 11.12 – Le plan π est perpendiculaire à la direction des rayons lumineux. Les droites p et a sont les traces, dans le plan π , des sections principales du polariseur et de l'analyseur.

$\vec{a}(t)$ est le vecteur lumineux qui caractérise la lumière transmise par le polariseur et reçue par l'analyseur. $\vec{a}'(t)$ est celui qui caractérise la lumière transmise par l'analyseur.

Soient I_0 l'intensité de la lumière que reçoit l'analyseur et I l'intensité de la lumière qu'il transmet lorsque sa section principale fait un angle α avec celle du polariseur. L'intensité étant proportionnelle au carré de l'amplitude de la vibration lumineuse, l'expression $\vec{a}'(t) = \vec{a}(t) \cos \alpha$ entraîne

$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$

qui est l'expression de la loi de Malus.

11.2.3 Polarisation par dichroïsme - Polaroids

Certains cristaux biréfringents colorés ont la propriété d'absorber inégalement les rayons ordinaire et extraordinaire. On dit qu'ils sont dichroïques. Ainsi, dans une lame de tourmaline (brosilicate d'aluminium) convenablement taillée, le rayon ordinaire est beaucoup plus affaibli que le rayon extraordinaire. Si l'épaisseur de la lame est de l'ordre du millimètre, le rayon extraordinaire est seul transmis, de sorte qu'une telle lame peut remplacer un Nicol : elle présente cependant sur ce dernier l'inconvénient d'affaiblir aussi le rayon extraordinaire et de le colorer.

On emploie couramment des lames minces de marque Polaroid, qui sont formées de très petits cristaux d'une substance fortement dichroïque, par exemple de l'héraphthite (iodosulfate de quinine), enrobés dans une matière plastique transparente et dont tous les axes optiques sont orientés parallèlement.

Les polaroids ont, sur les Nicols, l'avantage d'être peu coûteux et de pouvoir polariser des faisceaux lumineux beaucoup plus larges. Cependant, toutes les radiations de la lumière blanche ne sont pas complètement polarisées et deux polaroids croisés laissent filter une faible lumière pourpre.

On préfère donc encore les prismes polariseurs dans les travaux de laboratoire où l'on a besoin de lumière aussi parfaitement polarisée que possible. Néanmoins, dans les applications courantes, l'emploi des polaroïds se retrouve dans les filtres photographiques, lunettes et pare-brise anti-reflets qui affaiblissent la lumière qu'une réflexion sur le sol, l'eau ou la neige a partiellement polarisée, ...

Remarquons que deux polaroïds croisés suppriment la majeure partie du spectre visible (de 400 nm à 670 nm) et peuvent servir de filtre laissant passer les radiations rouges et infra-rouges. On connaît actuellement des substances qui permettent de fabriquer des polariseurs pour les radiations du proche infra-rouge (800 à 2500 nm) et d'autres utilisables pour les radiations du proche ultra-violet (jusqu'à 350 nm).

11.3 Polarisation rotatoire

11.3.1 Phénomènes de polarisation rotatoire

Lorsqu'on place entre deux Nicols croisés une lame de spath (plus généralement une lame d'un cristal uniaxe) taillée perpendiculairement à l'axe optique, l'extinction subsiste. Au contraire, elle est détruite si la lame est en quartz et elle peut être rétablie, en lumière monochromatique, en tournant l'analyseur d'un angle convenable. Une fois que l'extinction est rétablie, elle subsiste lorsqu'on fait tourner la lame de quartz dans son plan.

On dit que la lame de quartz perpendiculaire fait tourner le plan de polarisation de la lumière qui le traverse, ou encore qu'elle fait tourner la vibration d'un angle α , sans d'ailleurs que cette vibration cesse d'être rectiligne. On dit encore que le quartz est un cristal optiquement actif.

Si l'on taille dans un même cristal de quartz des lames d'épaisseur différentes, on constate que la rotation d'angle α est proportionnelle à l'épaisseur d traversée, ce qui montre qu'elle se produit à l'intérieur du milieu et non à sa surface.

On peut écrire

$$\alpha = \rho d$$

où ρ est une constante qui dépend de la longueur d'onde de la radiation monochromatique employée. Pour la raie D (voir tableau), sa valeur est $\rho = 21,72 \text{ }^\circ/mm$. On peut donc, en utilisant des lames épaisses, observer des rotations qui atteignent et dépassent 180° , mais comme tourner l'analyseur d'un angle de $180^\circ + \theta$ revient à le faire tourner de $180^\circ - \theta$. L'analyseur tourne donc toujours d'un angle inférieur à 180° et la valeur de α n'est déterminée par l'expérience qu'à un multiple entier de 180° près.

Si l'on étudie divers échantillons de quartz, on trouve toujours des valeurs de ρ égales en valeur absolue mais la rotation peut se produire dans un sens ou dans l'autre. Si l'observateur placé en O qui reçoit un rayon lumineux doit tourner l'analyseur de sa gauche vers sa droite, c'est-à-dire dans le sens du mouvement des aiguilles d'une montre, on dit que l'échantillon est dextrogyre ou encore qu'il est constitué de quartz droit. Si le sens de rotation est inverse (sens trigonométrique), l'échantillon est lévogyre, il est

constitué par du quartz gauche.

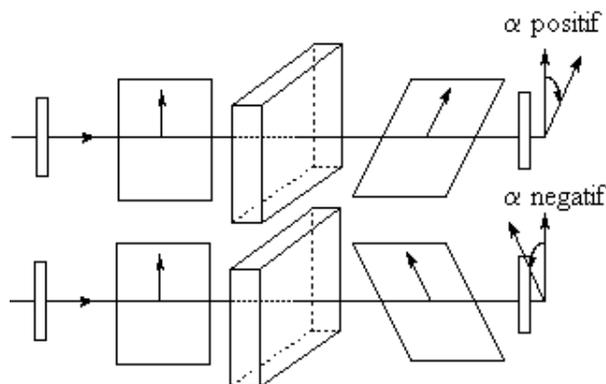


FIG. 11.13 – En haut, quartz droit (dextrogyre). En bas, quartz gauche (lévogyre).

Si l'on inverse le sens de propagation de la lumière, deux vibrations lumineuses traversant la lame suivant l'axe en sens inverses paraissent tourner dans le même sens pour les deux observateurs qui les reçoivent, elles tournent en réalité en sens inverses. (Inverser le sens de propagation de la lumière revient à retourner la lame, cette opération ne change rien au phénomène observé.)

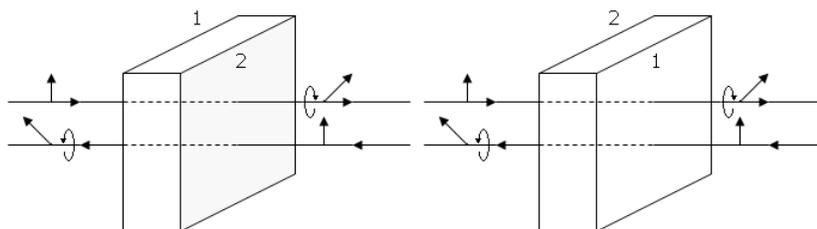


FIG. 11.14 – Illustration de l'inversion d'une lame de quartz (lévogyre).

Il existe des substances isotropes, dites substances optiquement actives qui produisent également des phénomènes de polarisation rotatoire. Lorsqu'on les place, dans un tube T fermé par des glaces à faces parallèles, entre deux Nicols ou polaroïds croisés, on constate qu'il faut tourner l'analyseur d'un angle α pour rétablir l'extinction. Ce phénomène a été découvert par Biot en 1814 sur l'essence de térébenthine. Il a été observé depuis sur un grand nombre de substances organiques, soit à l'état liquide pur (limonème, pinène, ...), soit à l'état de vapeur, soit le plus souvent à l'état de dissolution (sucre ou acide tartrique dissous dans l'eau).

Pour une radiation monochromatique donnée et pour une substance pure bien définie, ou une solution de concentration fixe, la rotation est toujours proportionnelle à l'épaisseur traversée. Sa valeur dépend évidemment de la nature de la substance et, pour les solutions, de la concentration de celle-ci.

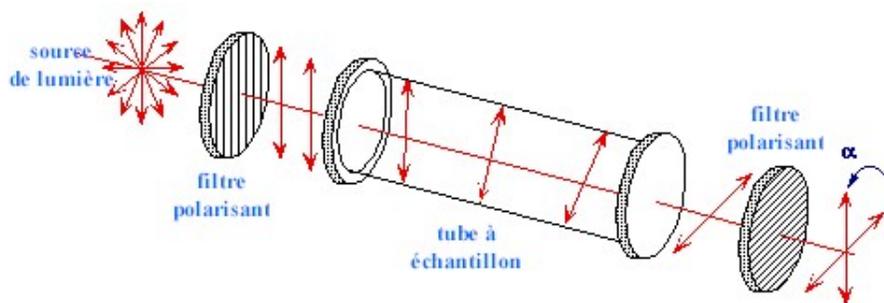


FIG. 11.15 – Substance placée entre deux filtres polarisants : illustration de la loi de Biot.

Il existe des substances dextrogyres et lévogyres et l'on connaît souvent une même substance sous les deux formes.

11.3.2 Structure des milieux actifs

Tout corps actif possède une structure dissymétrique caractérisée par l'absence de plan de symétrie et peut exister sous deux formes différentes non superposables, images l'une de l'autre par rapport à un miroir : l'une est la forme dextrogyre, l'autre la forme lévogyre et toutes leurs propriétés physiques et chimiques sont identiques sauf celles qui dépendent directement du sens de leur dissymétrie, en particulier le sens de rotation de la lumière polarisée.

Les deux formes dextrogyre et lévogyre sont des isomères qu'on appelle inverses optiques.

Les cristaux de quartz se présentent sous deux formes dissymétriques. Cependant, il arrive que le cristal soit formé de parties droites et gauches assemblées et soit parfaitement régulier. Les surfaces séparant les parties gauches et droites étant complètement invisibles dans un examen par transparence. L'hétérogénéité n'apparaît qu'à l'examen en lumière polarisée.

Dans un liquide ou une solution optiquement actifs, il ne peut y avoir dissymétrie dans l'arrangement des molécules constamment en mouvement. La dissymétrie se trouve dans la constitution même de la molécule, d'où le nom de dissymétrie moléculaire qu'on lui donne. Sa cause réside dans l'arrangement dissymétrique des atomes à l'intérieur de la molécule.

Dans les cristaux actifs de quartz, les éléments constitutifs du cristal ne présentent, au contraire, aucune dissymétrie : lorsqu'on fond le quartz, on obtient une substance inactive optiquement.

Le pouvoir rotatoire cristallin des corps de ce type résulte de l'arrangement dissymétrique d'éléments symétriques : les atomes de la matière constituant le cristal actif y sont disposés suivant un arrangement dissymétrique parfaitement régulier.

Lorsqu'on dissout dans une même solution des quantités égales de deux inverses optiques, on obtient

une solution inactive. Lorsqu'on la fait cristalliser, il arrive le plus souvent que le mélange se comporte comme une espèce chimique pure, isomère des substances actives dont on est parti. Cette nouvelle forme, non douée de pouvoir rotatoire, est ce qu'on appelle un racémique.

11.3.3 Loi de Biot

La rotation produite, pour une lumière monochromatique donnée, par un liquide actif diminue quand la température s'élève. Cet effet provient surtout de ce que la masse de liquide actif interposée sur le trajet du faisceau lumineux diminue par suite de sa dilatation. Pour rapporter l'effet observé à une masse de liquide constante, on définit le pouvoir rotatoire spécifique $[\alpha]$ du liquide comme étant le quotient de la rotation observée α par la longueur L du tube et la masse volumique ρ_v du liquide dans les conditions de l'observation. On a

$$[\alpha] = \frac{\alpha}{\rho_v L}$$

Il est d'usage de compter positivement les rotations des substances dextrogyres, négativement celles des substances lévogyres, de les mesurer en degrés et en fractions décimales de degré et d'évaluer la longueur L en décimètres.

L'expérience montre que le pouvoir rotatoire spécifique d'un fluide pur est indépendant des conditions physiques où il se trouve. Exemple

	α	$[\alpha]$
camphre liquide à $204^\circ C$	$56,9^\circ/dm$	$70,33^\circ$
camphre vapeur à $220^\circ C$	$0,27^\circ/dm$	$70,32^\circ$

Si la substance active est diluée dans un solvant inactif, on obtient le pouvoir rotatoire spécifique de la solution en remplaçant la masse volumique ρ_v par la concentration C (masse de substance active contenue dans l'unité de volume de la solution) et on a

$$[\alpha] = \frac{\alpha}{L C}$$

Cette quantité $[\alpha]$ est indépendante de la concentration. C'est ce qu'exprime la loi de Biot : la rotation α produite par une longueur donnée L de solution, pour une radiation donnée, est proportionnelle à la concentration de cette solution. On a

$$\alpha = [\alpha] L C$$

La constante de proportionnalité est le pouvoir rotatoire spécifique, il représente la rotation qui serait produite par une colonne de 1 dm de solution contenant 1 g de substance active par cm^3 .

La loi de Biot s'applique encore aux solutions contenant plusieurs substances actives : la rotation produite par un mélange est la somme des rotations correspondant aux diverses substances actives considérées isolément. Si les pouvoirs rotatoires spécifiques de n substances actives mélangées sont respectivement $[\alpha_1]$, $[\alpha_2]$, ... et leurs concentrations C_1 , C_2 , ... alors une longueur de L dm de solution produit une rotation

$$\alpha = L \sum_{i=1}^n [\alpha_i] C_i$$

Il est des corps, comme l'acide tartrique, qui s'écartent notablement de la loi de Biot : on admet généralement que des variations de la concentration entraînent des modifications chimiques ou des déformations physiques de leurs molécules.

Au contraire, dans le cas général où les molécules actives ne sont pas modifiées par la dilution, la loi de Biot constitue une très bonne approximation et l'on peut presque toujours admettre que le pouvoir rotatoire spécifique est indépendant de la température et de la concentration. Ainsi pour la saccharose, dans les conditions usuelles de dosages polarimétriques, les variations du pouvoir rotatoire $[\alpha]$ avec la concentration C sont inférieures à $1,6 \cdot 10^{-4}$ et ses variations avec la température inférieures à $5 \cdot 10^{-5}$ par degré, ce qui est négligeable dans le cadre de mesures courantes.

11.3.4 Polarimètres : histoire et applications

Voir laboratoires de chimie générale pour les polarimètres.

Les écrans à cristaux liquides sont devenus courants depuis les années 1980. D'abord utilisés pour l'affichage monochrome sur les cadrans et montres, ils se retrouvent maintenant dans les télévisions, les caméras numériques et tout autre affichage grâce à leur faible encombrement, et, depuis quelques années, leur polychromie. L'écran utilise la polarisation de la lumière grâce à des filtres polarisants et à la biréfringence de certains cristaux liquides en phase nématique dont on peut faire varier l'orientation en fonction du champ électrique.

L'écran LCD (Liquid Crystal Display) est constitué de deux polariseurs dont les directions de polarisation forment un angle de 90° , de chaque côté d'un sandwich formé de deux plaques de verre enserrant des cristaux liquides. Les deux faces internes des plaques de verre comportent une matrice d'électrodes transparentes, une (noir et blanc) ou trois (couleur) par pixel. L'épaisseur du dispositif et la nature des cristaux liquides sont choisis de manière à obtenir la rotation désirée du plan de polarisation en l'absence de tension électrique.

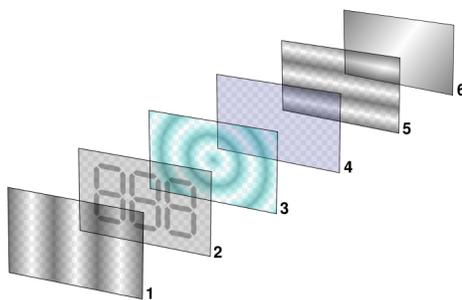


FIG. 11.16 – Afficheur à 3 chiffres. 1 et 5 : filtres polarisants. 2 : électrodes avant. 4 : électrode arrière. 3 : cristaux liquides. 6 : miroir.

L'application d'une différence de potentiel plus ou moins élevée entre les deux électrodes d'un pixel entraîne un changement d'orientation des molécules, une variation du plan de polarisation et donc une variation de la transparence de l'ensemble du dispositif. Cette variation de transparence est exploitée par un rétro-éclairage, par réflexion de la lumière incidente ou par projection.

Remarque : les petits afficheurs LCD monochromes utilisent souvent des électrodes avant en forme de segments de caractère de façon à simplifier l'électronique (commande directe en tout ou rien) tout en obtenant une très bonne lisibilité (pas de balayage). Les affichages plus complexes, comme pour les télévisions, utilisent des électrodes par pixels accessibles par ligne ou colonne entières. Leur commande d'allumage ou d'extinction doit se faire par un balayage régulier des lignes/colonnes de points.

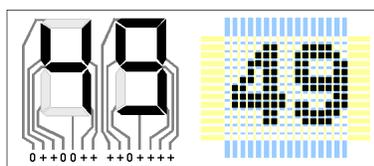


FIG. 11.17 – Affichage par segments et par pixels.

Cette application récente est le fruit d'un travail commencé il y a 4 siècles. Ce qui nous paraît évident aujourd'hui ne l'a pas toujours été hier.

En 1669, le physicien danois Rasmus Bartholin est en effet le premier à publier un article sur le dédoublement des rayons lumineux par les cristaux de calcite d'Islande (un type de carbonate de calcium très pur). Sans le savoir, il vient de mettre en évidence une propriété importante de la lumière : la polarisation. Malheureusement, n'ayant pas à sa disposition une théorie adéquate sur la lumière, il ne sera pas en mesure d'expliquer le phénomène.

En 1678, le physicien et astronome danois Christiaan Huygens observe à son tour le dédoublement de la lumière par la calcite d'Islande (Spath d'Islande). Il propose une explication au phénomène en 1690 (en faisant appel à « l'éther », cette substance hypothétique sensée remplir l'espace), mais celle-ci est vite contestée.

Il faudra attendre encore 111 ans pour qu'une théorie cohérente de la lumière soit mise au point. Conçue en 1801 par le physicien britannique Thomas Young, celle-ci suggère que la lumière est faite d'ondes se propageant à grande vitesse.

Les physiciens comprennent alors rapidement que lorsqu'une source de lumière naturelle émet un faisceau lumineux, elle émet en fait une myriade d'ondes qui oscillent dans des plans orientés de différentes façons. Par conséquent, si on projette de la lumière sur un écran percé de plusieurs fentes parallèles, seules les ondes ayant la même orientation que les fentes pourront les traverser. En bout de ligne, on obtient donc une lumière dont les ondes sont toutes orientées de la même façon, c'est-à-dire une lumière polarisée.

En 1809, le mathématicien français Étienne-Louis Malus se penche à son tour sur le problème de la

calcite d'Islande et comprend qu'il existe seulement deux chemins dans sa structure pouvant laisser passer la lumière : le premier permet aux ondes ayant une certaine polarisation de passer tandis que le second permet à la lumière ayant une autre polarisation de passer ; le résultat est donc un dédoublement de la lumière.

À peine deux ans plus tard, en 1811, l'astronome français Dominique François Jean Arago invente le polariscope, un instrument qui permet de savoir si une lumière est polarisée ou non. Il découvre alors que la lumière lunaire est polarisée. En 1841, il invente le polarimètre, un polariscope devant lequel on a placé une lamelle de verre ou une pile de lamelles de verre inclinables devant l'instrument de façon à mesurer la proportion de lumière qui est polarisée ; c'est cet instrument qui est principalement utilisé par les astronomes aujourd'hui.

L'étude de la surface des planètes par polarimétrie fait ses réels débuts avec l'astronome français Bernard Ferdinand Lyot. Travaillant depuis 1920 à l'Observatoire de Meudon, près de Paris, il soumet en 1929 une thèse de doctorat sur la polarisation de la lumière réfléchie par les surfaces de quelques planètes. Il suggère entre autres que la planète Mars est sujette à de gigantesques tempêtes de sables, prévision qui sera confirmée par la sonde Viking 1 en 1976.

Lyot meurt en 1952 mais ses travaux seront poursuivis à Meudon par l'astronome Audouin-Charles Dollfus. Dollfus sera le premier à déterminer que la surface de la planète rouge est composée d'oxyde de fer. Aujourd'hui, Lyot et Dollfus sont tous deux considérés comme les pionniers de la polarimétrie planétaire.

La recherche en polarimétrie stellaire fait quant à elle ses débuts en 1908. George Ellery Hale découvre alors que la lumière émise par les taches solaires est polarisée de façon linéaire et circulaire. En 1922, il met en évidence la polarisation du spectre solaire en dehors des taches solaires. En 1946, l'astronome américain Horace W. Babcock repère, grâce à la polarimétrie, la première étoile (autre que le Soleil) produisant un champ magnétique (il s'agit de 78 Virginis).

En 1949, les astronomes américains John Scoville Hall et William Albert Hiltner découvrent indépendamment que 1 à 3 % de la lumière émise par plusieurs étoiles est polarisée. Une carte de la distribution de la polarisation à travers le ciel montre même des structures à grande échelle dans notre galaxie. On ignore cependant à cette époque comment expliquer un tel phénomène.

La réponse ne tardera pas. En 1950, les astronomes américains Jesse Leonard Greenstein et Leverett Davis Jr. proposent que la polarisation de la lumière interstellaire est due à des grains de poussière qui se sont naturellement alignés avec le champ magnétique de la galaxie. Les deux chercheurs iront même jusqu'à mettre au point des modèles qui permettent d'utiliser les données polarimétriques pour détecter les champs magnétiques interstellaires.

Aujourd'hui, les polarimètres sont utilisés dans l'étude des molécules en général, ainsi que de l'atmosphère du Soleil et des étoiles, du sol et de l'atmosphère des planètes, du milieu interstellaire et des nébuleuses diffuses, ainsi que dans la détection des champs magnétiques.

Quatrième partie

Exercices

Chapitre 12

Calorimétrie : exercices

Matériau	c_{solide} $(\frac{J}{kg \cdot K})$	$T_{f/s}$ $(^{\circ}C)$	$L_{f/s}$ (kJ/kg)	$c_{liquide}$ $(\frac{J}{kg \cdot K})$	$T_{c/e}$ $(^{\circ}C)$	$L_{c/e}$ (kJ/kg)	c_{vapeur} $(\frac{J}{kg \cdot K})$
eau	2100	0	330	4180	100	2256	1410
hélium					-268,9	21	5000
air							1000
plomb	130	327	23		1620	920	
Fer	460	1535	207		2750		
Aluminium	900		393				
Laiton	410						
Cuivre	390						

12.1 Mesures calorimétriques

1. Quelle quantité de chaleur faut-il pour faire fondre $5kg$ de glace à $0^{\circ}C$?
2. Si $20kg$ d'eau à $95^{\circ}C$ sont mélangés à $5kg$ d'eau liquide à $0^{\circ}C$, quelle sera la température finale du mélange ?
3. Si $20kg$ d'eau à $95^{\circ}C$ sont mélangés à $5kg$ de glace à $0^{\circ}C$, quelle sera la température finale du mélange ?
4. Un pot de thé de $0,6kg$ est à une température de $50^{\circ}C$. Il est refroidi au moyen de $0,4kg$ de glaçons à $0^{\circ}C$. Quel sera la température d'équilibre thermique atteinte s'il n'y a aucune perte de chaleur vers l'extérieur ?
 - (a) Si la capacité calorifique massique du pot à thé est de $5000 \frac{J}{kg \cdot K}$?
 - (b) Si la capacité calorifique massique du pot à thé est de $1000 \frac{J}{kg \cdot K}$?

5. Combien de kilojoules faut-il pour chauffer $0,15\text{kg}$ d'hélium gazeux de 20°C à 80°C , la pression restant constante ?
6. On laisse tomber une boule de neige d'une hauteur de 20m au-dessus du sol. Sa température initiale est de -10°C . Quelle sera sa température finale si toute son énergie cinétique est convertie en énergie interne ?
7. Un récipient d'une masse de $0,6\text{kg}$ est à une température de 20°C . On y verse $2,5\text{kg}$ d'eau bouillante et la température s'élève jusqu'à 90°C . Quelle est la chaleur spécifique par unité de masse du récipient ?
8. Un calorimètre d'une masse de $0,4\text{kg}$ et d'une chaleur spécifique de $0,63\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$ contient un échantillon de masse $0,55\text{kg}$. On fournit $2,45\text{kJ}$ d'énergie et la température augmente de 4°C . Quelle est la chaleur spécifique par unité de masse de l'échantillon ?
9. Une météorite de 5kg heurte le sol avec une vitesse de 2000m/s . Combien d'énergie thermique sera libérée si toute son énergie cinétique est convertie en énergie thermique.
10. La température de 15kg d'eau augmente de $0,03^\circ\text{C}$ par seconde. Quelle est la variation par unité de temps de l'énergie interne de l'eau ? Négliger le travail (dilatation) effectué par l'eau.
11. Quelle quantité d'énergie thermique faut-il pour faire fondre un bloc de glace de 10kg dont la température initiale est de -10°C ?
12. Quelle est la quantité de chaleur nécessaire pour porter à ébullition et pour convertir entièrement en vapeur 1kg d'eau initialement à 20°C ? (supposer une pression d' 1 atm)
13. On mélange $0,15\text{kg}$ de glace à 0°C avec $0,25\text{kg}$ d'eau à 20°C dans un calorimètre dont on néglige les effets.
 - (a) La glace va-t-elle fondre complètement ?
 - (b) Quelle sera la température finale de l'ensemble ?
14. Un cube de glace de $0,01\text{kg}$ est à 0°C . Il fond en 5 minutes. Que vaut l'augmentation de son énergie interne par unité de temps ?
15. Un thermos contient $1,3\text{kg}$ d'eau et $0,6\text{kg}$ de glace à 0°C . La chaleur pénètre à travers l'isolation à raison de $35,6\text{ Watt}$. Après combien de temps la glace sera-t-elle entièrement fondue ?
16. Une maison bien isolée d'une surface de 90m^2 et de $2,5\text{m}$ de hauteur a une température intérieure de 21°C . Si la température extérieure est de -10°C et que l'air de la maison est renouvelé toutes les 3 heures, calculer la puissance perdue en chauffage.

17. Un calorimètre contient une masse de 250g d'eau. La température initiale de l'ensemble est de 18°C. On ajoute une masse de 300g d'eau à la température de 80°C.
- Quelle serait la température d'équilibre thermique de l'ensemble si la capacité thermique du calorimètre et de ses accessoires était négligeable ?
 - On mesure en fait une température d'équilibre thermique 50°C. Déterminer la capacité thermique $C_{calo} = m_{calo}c_{calo}$ (J/k) du calorimètre et de ses accessoires.
18. On sort un bloc de plomb de masse de 280g d'une étuve à la température de 98°C. On le plonge dans un calorimètre de capacité thermique $C_{calo} = 209$ J/K contenant une masse de 350g d'eau. L'ensemble est à la température initiale 16°C. On mesure la température d'équilibre thermique de 17,7°C. Déterminer la chaleur massique du plomb.
19. Un morceau de fer de masse 500g est sorti d'un congélateur à la température -30°C. Il est plongé dans un calorimètre, de capacité thermique négligeable, contenant une masse de 200g d'eau à la température initiale de 4°C. Déterminer l'état final d'équilibre du système (température finale, masse des différents corps présents dans le calorimètre).
20. Un calorimètre de capacité thermique $C = 150$ J/K contient une masse de 200g d'eau à la température initiale de 70°C. On y place un glaçon de masse 80g sortant du congélateur à la température de -23°C. Déterminer l'état final d'équilibre du système (température finale, masse des différents corps présents dans le calorimètre)
21. Un calorimètre de capacité thermique $C = 150$ J/K contient une masse de 200g d'eau à la température initiale de 50°C. On y place un glaçon de masse 160g sortant du congélateur à la température de -23°C. Déterminer l'état final d'équilibre du système (température finale, masse des différents corps présents dans le calorimètre).
22. On immerge dans un calorimètre de valeur en eau¹ 20g et contenant 500g d'eau à 20°C, un bloc de glace de 200g à -20°C.
- Calculer la température finale du calorimètre
 - En déduire la masse de glace fondue.
23. Un calorimètre de capacité calorifique $C = 90$ J/K contient une masse de 100g d'eau à 0°C. On introduit simultanément dans ce calorimètre :
- Un bloc de fer de masse 450g à la température de 95°C
 - Un glaçon de masse 50g à la température de -10°C.

¹Le produit $m c$ s'appelle la capacité thermique C d'un corps : $C = m c$ J/K).

L'équivalent en eau (ou valeur en eau) d'un système est la masse d'eau μ échangeant la même quantité de chaleur avec l'extérieur quand il subit la même variation de température : $m c T = \mu c_{eau} T$. On a donc

$$\mu = \frac{c}{c_{eau}}$$

- La température finale se fixe à $2,1^{\circ}\text{C}$. Calculer la chaleur latente de fusion de la glace L_f .
24. (a) Un calorimètre contient 150g d'eau à 20°C . On ajoute 50g d'eau à 60°C . Quelle est la température d'équilibre si on néglige la capacité thermique du calorimètre ?
- (b) Expérimentalement la température d'équilibre mesurée est 300K . Déterminer la valeur en eau du calorimètre.
- (c) Ce calorimètre contient maintenant 200g d'eau à 20°C . Un bloc métallique de 50g , porté à une température de 100°C , est plongé dans le calorimètre. Sachant que la température d'équilibre est de 22°C , en déduire la chaleur massique du métal c_{metal} .
25. Pour chauffer un appartement pendant 24 heures, on a fait circuler dans l'ensemble des radiateurs une masse d'eau évaluée à 7200kg . Sachant que l'eau arrive à 85°C dans les radiateurs et retourne à la chaudière à 35°C , Calculer :
- (a) La quantité de chaleur cédée en une heure par l'ensemble des radiateurs
- (b) La masse de charbon qu'il a fallu brûler pour obtenir l'échauffement de l'eau de 35 à 85°C .
Pouvoir calorifique du charbon : 35500 KJ/kg . On admet que 70% de la chaleur de combustion seulement sert à l'échauffement de l'eau.
26. Un calorimètre en laiton pesant 100g contient 200g d'eau et un bloc d'aluminium pesant 140g . La température initiale étant 15°C , on ajoute 300g d'eau à 60°C . La température finale est de 40°C . Calculer la chaleur massique de l'aluminium, celle du laiton étant de $418\frac{\text{J}}{\text{kg K}}$.
27. On veut refroidir un verre de jus de fruit pris à 30°C . La capacité calorifique du verre et du jus est de 550 J/K . On introduit alors une certaine masse de glace à 0°C . On veut que la température finale de l'ensemble soit de 10°C . On admet qu'il n'y a échange de chaleur qu'entre la glace et le verre de jus de fruit. Calculer la masse de glace nécessaire.
28. On place dans un calorimètre une masse de 400g d'eau que l'on chauffe à l'aide d'une résistance électrique alimentée par un courant d'intensité $0,85\text{A}$, sous une tension de 220V^2 . Il en résulte un accroissement régulier de la température de l'eau de $4,86^{\circ}\text{C}$ par minute. Quelle est la capacité thermique C du calorimètre ? Trouvez l'équivalent en eau du calorimètre.
29. (a) Un calorimètre, de capacité thermique $C = 120\text{ J/K}$, contient 250g d'eau et 40g de glace en équilibre thermique. Quelle est sa température ?
- (b) On chauffe lentement l'ensemble avec une résistance électrique. La température de l'eau du calorimètre atteint $28,8^{\circ}\text{C}$ lorsque la quantité de chaleur dissipée par la résistance est égale à 51530 J . En déduire la valeur de la chaleur latente de fusion de la glace.
30. Écrire la réaction de combustion du propane.

²Rappel : l'énergie thermique délivrée par effet joule est donnée par le produit de l'intensité I avec la différence de potentiel V . On a $E_j = U.I J$

- (a) Quelle est l'énergie dégagée par la combustion de 10g de propane sachant que le pouvoir calorifique d'un alcane à n atomes de carbone vaut $662n + 260 \text{ kJ/mol}$?
- (b) Cette combustion a servi à chauffer 3 kg d'eau, dont la température de départ vaut 15°C . Quelle est la température finale de l'eau ?
31. Le débit d'eau dans un radiateur est noté q'_v . L'eau chaude pénètre dans le radiateur à la température T_1 . Elle ressort à la température T_2 . L'installation comporte dix radiateurs. La chaudière récupère l'eau provenant des radiateurs, à la température T_2 et la réchauffe à la température T_1 . On donne : $q'_v = 0,035 \text{ L/s}$; $T_1 = 75^\circ\text{C}$; $T_2 = 65^\circ\text{C}$; $C = 4185 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$
- (a) Exprimer la quantité de chaleur Q , dégagée par un radiateur en une minute. Calculer Q .
- (b) Calculer la puissance du radiateur.
- (c) La chaudière utilise comme combustible du gaz. Le rendement de la combustion est de 80%. La chaleur de combustion de ce gaz est 890 kJ/mol . Le volume molaire de ce gaz, mesuré dans les conditions de combustion est 24 L/mol . Calculer le débit du gaz brûlé.

12.2 Dilatation

- La Hauteur de la tour Eiffel est de 300 m à 15°C . De combien sa hauteur s'est-elle raccourcie quand la température est 0°C ? (Utiliser le coefficient de dilatation linéaire de l'acier.)
- Un fil de cuivre pris à une température de 0°C , est tendu entre deux points A et B distants de 1 m. On le chauffe à 500°C . Quelle est sa nouvelle longueur ?
- Un seau de fer-blanc contient 10 litres d'eau à 0°C . Quel volume contient-il à 80°C ?
- À 10°C une boule en laiton a un diamètre de 10 cm. À quelle température faut-il chauffer la boule pour augmenter son volume de 3 cm^3 ?
- Un flacon de verre Pyrex a une capacité de 200 cm^3 à 20°C . Quelle est sa capacité à 100°C ?
- La surface d'une vitrine est un rectangle de 2,4 m sur 4 m. Quelle est l'augmentation de sa surface lorsque la température s'élève de 15°C à 35°C ?
- Un réservoir contient 1200 litres d'eau à 20°C . Quelle doit être la capacité minimale du réservoir si la température de l'eau est portée à 70°C ? ($\lambda_{\text{eau}} \approx 80 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$)
- On dispose d'hydrogène stocké dans un réservoir sous une pression de 1 bar. Quel volume de ce gaz faut-il mettre dans une bouteille de 20 litres pour obtenir une pression de 250 bars ? (La température est supposée constante)
- Un gaz occupe un volume de 10 litres à la température de -100°C . À quelle température sera-t-il lorsqu'il occupera un volume de 20 litres à la même pression ?

Chapitre 13

Mouvement périodique : exercices

13.1 Exercices fondamentaux

Exercice 1

Soit un mouvement oscillant de pulsation $\omega = 0,5 \text{ rad/s}$. Que vaut la fréquence ν et la période T ?

Exercice 2

Soit un mouvement oscillant de fréquence $\nu = 1,5 \text{ Hz}$. Que vaut la pulsation ω . Sachant que l'amplitude $A = 0,2 \text{ m}$, calculez la position au temps $t = \frac{1}{3} \text{ s}$.

Exercice 3

Soit un mouvement oscillant de fréquence $\nu = 0,5 \text{ Hz}$ et d'amplitude $A = 0,1 \text{ m}$. Trouvez les positions et les vitesses au temps $t = 0 \text{ s}$, $t = 0,5 \text{ s}$ et $t = 1 \text{ s}$.

Exercice 4

Soit un mouvement oscillant d'amplitude $A = 0,5 \text{ m}$ et de fréquence $\nu = 8 \text{ Hz}$ dont la position au temps $t = 0$ vaut $z_0 = z(t = 0) = 0,2 \text{ m}$.

1. Après combien de temps le déplacement sera-t-il égal à $0,1 \text{ m}$, 0 m , $-0,1 \text{ m}$ et $-0,2 \text{ m}$?
2. Trouvez les vitesses à ces instants.

Exercice 5

Soit un mobile décrivant un mouvement oscillant d'amplitude $A = 0,5 \text{ m}$ et de période $T = 2 \text{ s}$. A un certain moment, la vitesse du mobile vaut $v = 1,11 \text{ m/s}$. Que vaut le déplacement à ce moment ?

Exercice 6

Soit un mobile décrivant un mouvement oscillant de fréquence $\nu = 10 \text{ Hz}$. La vitesse maximum du mobile vaut $v_{max} = 3 \text{ m/s}$. Que vaut l'amplitude A du mouvement ?

Exercice 7

Un objet exécute un mouvement harmonique simple. Pour quelle élongation

1. la vitesse sera-t-elle maximum ?
2. l'accélération sera-t-elle maximum ?

13.2 Masse attachée à un ressort

Exercice 1

Soit une masse $m = 0,1 \text{ kg}$ et un ressort de constante de rappel $k = 25 \text{ N/m}$. La masse est suspendue à un ressort.

1. Quel est l'allongement initial du ressort ?
2. Que vaut la fréquence propre ν du système masse-ressort ?

Exercice 2

Deux masses m et M sont suspendues à deux ressorts identiques de constante de rappel k . Elles exécutent un mouvement harmonique simple. La fréquence propre du système M-ressort vaut trois fois celle du système m-ressort. Que vaut le rapport des masses M/m ?

Exercice 3

Soit une masse suspendue à un ressort décrivant un mouvement harmonique simple de fréquence $\nu = 5 \text{ Hz}$. Quelle est l'accélération de la masse lorsque l'élongation vaut $0,15 \text{ m}$ et est maximum ?

Exercice 4

Un ressort s'allonge de $0,05 \text{ m}$ lorsqu'on y suspend une masse de $0,3 \text{ kg}$. Calculez la constante de rappel k du ressort et la fréquence propre ν du système.

Exercice 5

Soit une masse $m = 0,75 \text{ kg}$ suspendue à un ressort décrivant un mouvement harmonique simple de période $T = 1,5 \text{ s}$. Que vaut la constante de rappel k du ressort ?

Exercice 6

Soit une masse $m = 3 \text{ kg}$ suspendue à un ressort décrivant un mouvement harmonique simple de période $T = 4 \text{ s}$. Que vaut la constante de rappel k du ressort ?

Exercice 7

Quand une force de 30 N est appliquée à un ressort, celui-ci s'allonge de $0,2 \text{ m}$.

1. De combien s'allongera le ressort si l'on y suspend une masse de 5 kg ?
2. Quelle serait la période T de ce système ?

Exercice 8

Par quel facteur faut-il multiplier la masse d'un objet fixé à un ressort pour doubler la période T ?

Exercice 9

Un passager de 80 kg prend place dans une voiture. Les amortisseurs sont comprimés de $1,2 \text{ cm}$. Sachant que la masse totale (voiture et passager) vaut 900 kg , trouvez la fréquence propre ν de l'oscillation de la voiture.

Exercice 10

Soit une masse $m = 10 \text{ kg}$ suspendue à un ressort. La fréquence propre de ce système vaut $\nu = 2 \text{ Hz}$. De combien varierait la longueur du ressort si l'on enlevait l'objet de masse m ?

13.3 Pendule simple

Exercice 1

Soit un pendule simple décrivant un mouvement harmonique. Si la période du mouvement vaut $T = 1 \text{ s}$, que vaut la longueur l du pendule ?

Exercice 2

Soit un pendule simple décrivant un mouvement harmonique. Si sa période vaut $T = 1,5 \text{ s}$ sur terre et $T = 0,75 \text{ s}$ sur une autre planète, quelle est l'accélération de la pesanteur sur cette autre planète ?

Exercice 3

Une boule d'acier utilisée dans la démolition a une période $T = 7 \text{ s}$. Que vaut la longueur du câble ? (négliger la masse du câble)

Exercice 4

De quel facteur faut-il changer la longueur d'un pendule simple pour doubler la période T ?

Exercice 5

L'accélération gravitationnelle augmente de 0,44% lorsqu'on passe de l'équateur au Groenland. Si la période d'un pendule simple vaut $T = 1$ s à l'équateur, que vaudra-t-elle au Groenland ?

13.4 Energie d'un mouvement harmonique simple

Exercice 1

Soit un objet de masse $m = 0,5$ kg suspendu à un ressort. L'objet décrit un mouvement harmonique simple de période $T = 0,3$ s et d'amplitude $A = 0,1$ m.

1. Que vaut la constante de rappel k du ressort ?
2. Quelle est l'énergie emmagasinée dans le ressort lors de l'élongation maximum ?
3. Quelle est la vitesse maximum atteinte par la masse ?

Exercice 2

Soit un objet de masse $m = 0,05$ kg suspendu à un ressort qu'elle étire d'une distance $d = 0,1$ m.

1. Que vaut la constante de rappel k du ressort ?
2. Que vaut la fréquence propre ν du système et sa période T ?
3. Si l'on déplace la masse de $0,05$ m au-dessus de sa position d'équilibre pour la lâcher ensuite, quelle sera l'énergie associée à ces oscillations ?

Exercice 3

Soit un objet de masse $m = 0,5$ kg suspendu à un ressort de constante de rappel $k = 100$ N/m. Si la vitesse maximum atteinte par l'objet vaut $v_{max} = 4$ m/s, que vaut l'amplitude A du mouvement ?

Exercice 4

Soit un objet suspendu à un ressort. Si l'amplitude du mouvement vaut $A = 0,1$ m, pour quelles valeurs x du déplacement les énergies cinétiques et potentielles sont-elles égales ?

Exercice 5

L'élongation d'un oscillateur harmonique vaut $\frac{A}{2}$. Quelle est la fraction de son énergie potentielle qui correspond à l'énergie cinétique ?

Exercice 6

Soit un objet de masse $m = 10 \text{ kg}$ suspendu à un ressort de constante de rappel $k = 50 \text{ N/m}$. On écarte l'objet de $0,2 \text{ m}$ de sa position d'équilibre et on lâche. Trouvez sa vitesse

1. à la position d'équilibre.
2. lorsque le déplacement est égal à $-0,1 \text{ m}$.

13.5 Oscillations amorties

Exercice 1

La fréquence propre de la partie inférieure de la jambe (pied compris), en oscillation autour du genou, est de $\nu = 1,3 \text{ Hz}$. En raison de l'amortissement, le mouvement s'arrête après 6 oscillations.

1. Que vaut la période T du mouvement ?
2. Combien de temps dure le mouvement d'oscillation de la jambe au total ?

Exercice 2

L'otolithe d'un poisson¹ a une masse $m = 0,1 \text{ g}$ et une constante de rappel $k = 3 \text{ N/m}$.

1. Que vaut la fréquence propre ν de cet organe ?
2. Si le mouvement est complètement amorti après deux périodes T , combien de temps persistera le mouvement de l'otolithe après l'inclinaison de la tête du poisson ?

¹en gros : organe participant à l'estimation de l'accélération, se trouvant dans l'oreille.

Chapitre 14

Propagation des vibrations : exercices

14.1 Représentation d'un mouvement ondulatoire

Exercice 1

Pour un type d'onde donné, les ondes périodiques de fréquence plus élevée ont-elles une longueur d'onde plus grande ou plus petite que les ondes de fréquence plus basse ? Justifiez.

Exercice 2

Quelle est la longueur d'onde d'une onde sonore de fréquence 1000 Hz se propageant à la vitesse de 344 m/s ?

Exercice 3

Quelle est la fréquence d'une onde qui se propage à la vitesse de 200 m/s et dont la longueur d'onde est de $0,5 \text{ m}$?

Exercice 4

Une antenne radar émet une radiation électromagnétique ($c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$) de $0,03 \text{ m}$ de longueur d'onde pendant $0,5 \text{ s}$.

1. Quelle est la fréquence de cette radiation ?
2. Combien d'ondes complètes sont-elles émises pendant ce laps de temps ?
3. Après $0,5 \text{ s}$, à quelle distance de l'antenne le front d'onde se trouvera-t-il ?

Exercice 5

Une station TV émet des ondes de 2 m . Quelle est la fréquence d'émission si la vitesse de propagation vaut $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$?

Exercice 6

Une onde lumineuse a une fréquence de 6.10^{14} Hz.

1. Quelle est sa période ?
2. Quelle est sa longueur d'onde dans le vide ?
3. Lorsque la lumière pénètre dans l'eau, sa vitesse n'est plus que de 0,75 fois sa vitesse dans le vide. Que deviennent la fréquence et la longueur d'onde ?

Exercice 7

Un radiotélescope est construit pour permettre l'écoute de micro-ondes émises par l'hydrogène interstellaire à des fréquences proches de $1,4.10^9$ Hz. Le pouvoir séparateur d'un télescope est déterminé par le rapport de son diamètre à la longueur d'onde de la radiation. Le diamètre est choisi égal à 1000 longueurs d'onde. Quel doit être ce diamètre ?

14.2 Vitesse de propagation

Exercice 1

Est-il vrai que toutes les ondes se propagent à la même vitesse sur toutes les cordes ? Justifiez.

Exercice 2

Une corde de guitare a une masse par unité de longueur de 3.10^{-3} kg/m. Si la corde est tendue à 90 N, quelle est la vitesse de propagation de l'onde sur la corde ?

Exercice 3

La tension d'une corde est quatre fois celle d'une autre corde identique. Quel est le rapport des vitesses de propagation des ondes sur ces cordes ?

Exercice 4

La vitesse de propagation d'une onde sur une corde est de 160 m/s lorsque la tension de la corde est de 100 N. Jusqu'à quelle valeur doit-on augmenter la tension pour atteindre la vitesse de 200 m/s ?

Exercice 5

Lorsque la lumière pénètre le verre flint lourd, sa vitesse de propagation est réduite par rapport à sa vitesse dans le vide d'un facteur $n = 1,647$. Quelle est la vitesse de propagation dans ce type de verre ?

14.3 Interférences et conditions aux limites

Exercice 1

Deux ondes impulsionnelles voyagent l'une vers l'autre à la vitesse de 1 m/s . Dessinez la forme de la corde 1 s , $1,25 \text{ s}$ et $1,5 \text{ s}$ après l'instant représenté en (1).

Exercice 2

Deux impulsions d'onde voyageant l'une vers l'autre sur une corde. Si la vitesse de l'onde vaut 2 m/s , dessinez la corde 1 s , $1,25 \text{ s}$ et $1,5 \text{ s}$ après l'instant représenté en (2).

Exercice 3

Faire un croquis de la corde 1 s , $1,25 \text{ s}$ et $1,5 \text{ s}$ après l'instant représenté en (3), sachant que la vitesse de propagation de l'onde vaut 1 m/s .

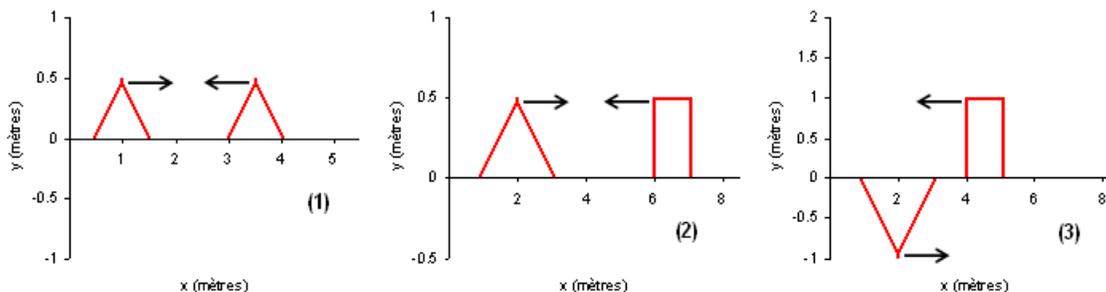


FIG. 14.1 – Impulsions voyageant l'une vers l'autre : représentation au temps $t = 0 \text{ s}$.

Exercice 4 : Conditions aux limites

Faire un croquis de la forme d'une impulsion carrée se propageant sur une corde,

1. si celle-ci est totalement réfléchiée par une extrémité libre et
2. si celle-ci est totalement réfléchiée par une extrémité fixée.

14.4 Ondes stationnaires

Exercice 1

Est-il vrai qu'on observe une onde stationnaire sur une corde si tous les points de la corde sont au repos ? Justifiez.

Exercice 2

Quelle est l'opération mathématique reliant une onde stationnaire et deux ondes progressives ?

Exercice 3

Est-il vrai que si l'une des extrémités d'une corde est fixée, les ondes stationnaires possibles sont les mêmes, que la seconde extrémité soit fixée ou libre ? Justifiez.

Exercice 4

Est-il vrai que les longueurs d'onde des ondes stationnaires résonantes sur une corde ne dépendent que de la longueur de la corde et des conditions aux limites ?

Exercice 5

La corde produisant la fréquence la plus basse sur un violon mesure $0,33\text{ m}$ et est soumise à une tension de 55 N . Sa fréquence fondamentale est 196 Hz . Quelle est sa masse par unité de longueur ?

Exercice 6

La corde « mi » d'un violon mesure $0,33\text{ m}$ et produit une fréquence fondamentale de 659 Hz . La tension de la corde est 55 N .

1. Quelle est la vitesse de propagation des ondes sur la corde ?
2. Quelle est la masse par unité de longueur de la corde ?

Exercice 7

Si la corde la plus lourde et la corde la plus légère d'un violon ont des masses linéiques de 3.10^{-3} kg/m et $2,9.10^{-4}\text{ kg/m}$, quel est le rapport des rayons de ces cordes ?

Exercice 8

La fréquence fondamentale d'une corde dont les extrémités sont fixes est 100 Hz et la vitesse de propagation est 350 m/s .

1. Quelle est la longueur d'onde de la fondamentale ?

2. Quelle est la longueur de la corde ?

Exercice 9

Si la vitesse de propagation sur une corde de guitare de $0,5\text{ m}$ est de 170 m/s , quelle en est la fréquence fondamentale ?

Exercice 10

La corde « la » d'un violon mesure $0,33\text{ m}$ et est accordée sur la fréquence fondamentale de 440 Hz . À quelle distance de son extrémité doit-on pincer cette corde contre la touche pour produire la même fréquence fondamentale de 659 Hz que la corde « mi » ?

Exercice 11

Si une corde d'un instrument est effleurée en un point situé au tiers de sa longueur, un noeud se forme en ce point. Quelles harmoniques de la corde peuvent-elles alors être excitées ?

Exercice 12

La corde « do » la plus haute sur un piano vibre à la fréquence de 4186 Hz et mesure $0,051\text{ m}$. La corde « do » la plus basse a une fréquence de $32,8\text{ Hz}$. Si ces cordes subissaient la même tension et présentaient la même masse linéique, quelle serait la longueur de la corde « mi » la plus basse ?

Exercice 13

Une corde de harpe de $0,5\text{ m}$ est accordée sur la fréquence fondamentale de 650 Hz .

1. Quelle est la longueur d'onde des quatre premières harmoniques de la corde ?
2. Quelle est la longueur d'onde du son produit dans l'air si la quatrième harmonique est excitée ($c = 344\text{ m/s}$ dans l'air) ?

14.5 Ondes complexes et battements

Exercice 1

Quel est le phénomène physique à la base du phénomène de battements induit par deux ondes progressives ?

Exercice 2

Quelle sera la fréquence des battements produits par deux ondes du même type mais de fréquences différentes ?

Exercice 3

Quelle fréquence de battement entend-on si deux diapasons vibrent avec les fréquences respectives de $f_1 = 200 \text{ Hz}$ et $f_2 = 205 \text{ Hz}$?

Exercice 3

Quelles sont les fréquences possibles pour un diapason qui produit une fréquence de battement de 4 Hz avec un diapason calibré à 300 Hz ?

Exercice 4

Le premier et la deuxième harmonique d'une corde sont excités. Faire un croquis montrant la forme de la corde au moment où les amplitudes de battements des harmoniques sont maximales.

Exercice 5

La fréquence fondamentale de la corde la plus massive d'un violoncelle est $65,4 \text{ Hz}$. Quelle est la fréquence de battement du troisième harmonique de cette corde avec la fondamentale de 196 Hz de la corde la plus massive d'un violon ?

14.6 Energie transportée par une onde

Exercice 1

À quelle grandeur physique G relative à une onde électromagnétique, l'énergie transportée par le photon E_{photon} est-elle proportionnelle dans la relation $E_{\text{photon}} = h G$ (où $h = 6,626068 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ est la constante de Planck) ?

Exercice 2

En considérant une onde transversale comme un système oscillant, démontrez que l'énergie E associée à cette onde est proportionnelle à son amplitude au carré en vous basant sur la relation $E = k \frac{y^2}{2} + m \frac{v_y^2}{2}$.

Exercice 3

Si une onde transversale d'amplitude $0,1 \text{ m}$ passe à travers un diaphragme de rayon $0,05 \text{ m}$, quel sera le rapport entre l'énergie associée à l'onde avant et après le passage à travers le diaphragme ?

14.7 Exercices complémentaires

Exercice 1

La force de rappel agissant pour former les vagues de grande longueur d'onde à la surface de l'eau est due en eau profonde à l'action de la pesanteur. Via l'analyse dimensionnelle, montrez que la vitesse de propagation des ondes de grande longueur d'onde à la surface de l'eau est donnée, pour une longueur d'onde λ , par une expression de la forme

$$c = A\sqrt{g\lambda}$$

où g est l'accélération de la pesanteur et $A = \sqrt{\frac{\pi}{8}}$ un coefficient numérique sans dimensions.

Exercice 2

Via l'analyse dimensionnelle, montrez que pour de très courtes longueurs d'onde, la propagation des ondes formées à la surface de l'eau, et dépendant pour l'essentiel des forces dues à la tension superficielle, doit prendre la forme

$$c = B\sqrt{\frac{\sigma}{\rho\lambda}}$$

où σ est la tension superficielle (N/m), ρ la masse volumique (kg/m^3) et $B = \sqrt{\frac{9}{2}\pi}$ un coefficient numérique sans dimensions.

Exercice 3

Au vu des résultats précédents (et avec $\sigma_{eau,0^\circ C} = 7,6 \cdot 10^{-2} N/m$),

1. évaluez la vitesse de propagation des vagues de 30 m de longueur d'onde,
2. évaluez la vitesse de propagation des vagues de 0,003 m de longueur d'onde.

Exercice 4

Sachant que l'expression générale donnant la vitesse de propagation des ondes de longueur d'onde λ vaut

$$c = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{18\pi\sigma}{\rho\lambda}}$$

1. Combien de temps mettra le front de l'onde formée par un bateau pour atteindre la rive située à 25 m, si la longueur d'onde vaut 1 m ?
2. La formation de cette vague est-elle liée à la pesanteur ou à la tension superficielle ?

Exercice 5

La corde « la » d'un violon mesure 0,33 m et est accordée sur la fréquence fondamentale de 440 Hz. La corde « la » d'un violoncelle est accordée sur 220 Hz. Si les deux cordes subissent la même tension,

quel sera le rapport des masses linéïques ?

Exercice 6

La corde « mi » d'un violon mesure $0,33\text{ m}$ et la vitesse de propagation des ondes sur cette corde est 435 m/s .

1. Quel est le temps nécessaire pour que l'onde impulsionnelle produite en pinçant la corde effectue un circuit complet et revienne à l'endroit où elle a été produite ?
2. Ce résultat a-t-il une incidence sur la fréquence du son produit en pinçant la corde entre les doigts par rapport à celui que produit le frottement de l'archet ?

Exercice 7

Si l'une des trois cordes correspondant au « do » moyen d'un piano est ajustée à la fréquence correcte de $261,6\text{ Hz}$ et est frappée en même temps qu'une corde désaccordée, de sorte qu'un battement de fréquence 10 Hz se manifeste,

1. quelles sont les deux valeurs possibles pour la fréquence de la corde désaccordée ?
2. Si la tension de la corde de référence est de 1160 N , quelles sont les tensions possibles pour la corde désaccordée,
 - (a) si celles-ci ont la même masse linéïque ?
 - (b) si le rapport entre la masse linéïque de la corde désaccordée et de la corde accordée vaut $\frac{\mu_{accord}}{\mu_{desaccord}} = 0,9$?